



1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1 Designação

[3694] Métodos Matemáticos para Engenharia / Mathematical Methods to Civil Engineering

1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

1.4 Horas de trabalho

148h 30m

1.5 Horas de contacto

Total: 67h 30m das quais TP: 45h 00m | P: 22h 30m

1.6 ECTS

5.5

1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

2. Docente responsável

[1634] Bruno Miguel Almeida Martins Pereira

3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

[1443] Tiago Gorjão Clara Charters D'Azevedo | Horas Previstas: 135 horas

[1634] Bruno Miguel Almeida Martins Pereira | Horas Previstas: 67.5 horas



**4. Objetivos de aprendizagem
(conhecimentos, aptidões e
competências a desenvolver
pelos estudantes)**

- 1-Modelar em tempo discreto e contínuo.
- 2-Estudar e classificar comportamentos periódicos e não periódicos.
- 3-Classificar órbitas periódicas.
- 4-Resolver alguns tipos de e.d.o.'s e compreender os métodos de resolução.
- 5-Esboçar campos de inclinações.
- 6-Encontrar e classificar pontos de equilíbrio. Esboçar linhas de fase.
- 7-Estudar osciladores.
- 8-Estudar a flexão de vigas bidimensionais.
- 9-Analisar sistemas de e.d.o.'s, lineares.
- 10-Estudar sistemas de e.d.o.'s não lineares na vizinhança dos pontos de equilíbrio.
- 11-Iniciar o uso de software de matemática.
- 12-Implementar métodos numéricos para resolução de equações e sistemas não lineares.
- 13-Implementar métodos numéricos para resolução de equações e sistemas de equações diferenciais.
- 14-Combinar técnicas analíticas, qualitativas e numéricas no estudo de equações e sistemas de equações diferenciais.
- 15-Desenvolver um raciocínio estruturado e demonstrar capacidade analítica e crítica na resolução de problemas no domínio da engenharia.



**4. Intended learning outcomes
(knowledge, skills and
competences to be developed
by the students)**

- 1-Modeling in discrete and continuous time.
- 2-Study and classify periodic and non-periodic behaviors.
- 3-Classify periodic orbits.
- 4-Solve some types of e.d.o.'s and understand the methods of resolution.
- 5-Sketch slope fields.
- 6-Find and classify equilibria. Sketch phase lines.
- 7-Study oscillators.
- 8-Study the bending of two-dimensional beams.
- 9-Analyze systems of linear o.d.e?s.
- 10-Study systems of non linear o.d.e?s. in the neighborhood of the equilibrium points.
- 11-Introduce software for doing mathematics.
- 12-Implement numerical methods for solving equations and non-linear systems.
- 13-Implement numerical methods for solving equations and systems of differential equations.
- 14-Combine analytical, qualitative and numerical techniques in the study of equations and systems of differential equations.
- 15-To develop a structured reasoning and to demonstrate analytical and critical capacity in the resolution of engineering problems.
- ?????

5. Conteúdos programáticos

- 1 Introdução aos sistemas dinâmicos discretos**
 - 1.1 Pontos fixos e periódicos
- 2 Métodos numéricos para resolução de equações**
 - 2.1 Método do ponto fixo
 - 2.2 Método de Newton
- 3 EDOs de 1a Ordem**
 - 3.1 Introdução
 - 3.2 Separação de variáveis
 - 3.3 EDOs exatas



- 3.4 EDOs lineares
- 3.5 Campos de inclinações
- 3.6 Existência e unicidade de soluções
- 3.7 Equilíbrios e a linha de fases
- 4 Métodos numéricos para EDOs de 1ª ordem
 - 4.1 Método de Euler
 - 4.2 Métodos de Runge-Kutta
- 5- EDOs de 2ª ordem e ordens superiores
 - 5.1 EDOs de 2ª ordem homogéneas, com coeficientes constantes
 - 5.2 Oscilações livres: O sistema massa-mola
 - 5.3 Osciladores harmónicos forçados
 - 5.4 Ressonância
 - 5.5 EDOs de ordem superior a 2, modelação de vigas bidimensionais
- 6 Métodos numéricos para EDOs de ordem superior a 1. Método de Euler
- 7 Sistemas de EDOs Lineares
 - 7.1 Propriedades dos sistemas de EDOs lineares
 - 7.2 Sistemas com valores próprios reais
 - 7.3 Sistemas com valores próprios complexos
- 8 Sistemas de EDOs não lineares



5. Syllabus

- 1 Introduction to discrete dynamical systems
 - 1.1 Fixed and periodic points
- 2 Numerical methods for solving equations
 - 2.1 Fixed Point Method
 - 2.2 Newton's method
- 3 1st Order ODEs
 - 3.1 Introduction
 - 3.2 Separation of variables
 - 3.3 Exact ODEs
 - 3.4 Linear ODEs
 - 3.5 Slope fields
 - 3.6 Existence and uniqueness of solutions
 - 3.7 Equilibria and the phase line
- 4 Numerical methods for first order ODEs
 - 4.1 Euler's method
 - 4.2 Runge-Kutta's Methods
- 5 - Second and higher orders linear ODEs
 - 5.1 Homogeneous 2nd order linear ODEs, with constant coefficients
 - 5.2 Free oscillations: The mass-spring system
 - 5.3 Forced Harmonic Oscillators
 - 5.4 Resonance
 - 5.5 ODEs of order greater than 2, modeling of two-dimensional beams
- 6 Numerical methods for ODEs with order greater than 1. Euler's method
- 7 Systems of linear ODEs
 - 7.1 Properties of systems of linear ODEs
 - 7.2 Systems of linear ODEs with real eigenvalues
 - 7.3 Systems of linear ODEs with complex eigenvalues
- 8 Non-linear systems

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Objs. 1,15: Transversais; Objs. 2,3: Secs 1,2; Obj 4: Secs. 3.1?-3.4; Obj. 5: Secs. 3.5,3.6; Obj. 6: Secs. 3.6,3,7; Obj 7: Sec 5; Obj 8: Sec 5.5; Obj 9: Sec 7; Obj 10: Sec 8; Objs 11,12,13,14: Secs 2,6,9.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Global intended learning outcomes 1,15.

Learning outcomes . 2,3: Sections 1,2;

Learning outcomes 4: Sections 3.1?-3.4;

Learning outcomes. 5: Sections 3.5,3.6;

Learning outcomes. 6: Sections 3.6,3,7;

Learning outcomes 7: Section 5;

Learning outcomes 8: Section 5.5;

Learning outcomes 9: Section 7;

Learning outcomes 10: Section 8;

Learning outcomes 11,12,13,14: Sections 2,6,9.

7. Metodologias de ensino
(avaliação incluída)

As aulas são TP ou PL, nas TP apresenta-se a teoria, exemplos e algumas demonstrações, seguidos da resolução de exercícios. Nas PL apresentam-se e implementam-se métodos numéricos.

Avaliação distribuída com exame final:

A avaliação de conhecimentos será efetuada através de 2 testes escritos (TE1 e TE2) e dois projetos (P1 e P2), individuais e pedagogicamente fundamentais, que serão realizados durante o período letivo.

A componente de testes pode ser substituída por um exame final (EF).

Onde:

TE1 e TE2 \geq 8,00 e nota dos testes $NT = (TE1+TE2)/2 \geq 9,50$

P1 e P2 \geq 8,00 e nota dos projetos $NP = (P1+P2)/2 \geq 9,50$

EF $\geq 9,50$

A classificação final (CF $\geq 9,50$) é obtida pela equação:

$$CF = 0,80 \cdot (NT; EF) + 0,20 \cdot NP$$

Caso não tenha obtido a classificação mínima, o aluno pode repetir qualquer dos testes na Época de Normal, em regime de Exame Parcial, mantendo-se a classificação das restantes avaliações.

7. Teaching methodologies
(including assessment)

Classes are either TP (Theoretical and Practical) or PL (Programming Laboratory). In TP classes, theory, examples, and some demonstrations are presented, followed by the resolution of exercises. In PL classes, numerical methods are presented and implemented.

Distributed assessment with final exam:

Knowledge assessment will be carried out through 2 written tests (WT1 and WT2) and two projects (P1 and P2), individual and pedagogically fundamental, which will be carried out during the academic period.

The testing component can be replaced by a final exam (FE).

Where:

WT1 and WT2 \geq 8.00 and test score $T = (WT1+WT2)/2 \geq 9.50$

P1 and P2 \geq 8.00 and project grade $P = (P1+P2)/2 \geq 9.50$

FE ≥ 9.50

The final classification (FC ≥ 9.50) is obtained by the equation:

$$FC = 0.80 \cdot (T; FE) + 0.20 \cdot P$$

If the student has not obtained the minimum classification, he or she may repeat any of the tests during the Normal Exam, as a Partial Exam, maintaining the classification of the remaining assessments.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos gerais de uma disciplina de Matemática Aplicada à Engenharia, são, tendo em conta os constrangimentos habituais - tempo disponível e nível de conhecimentos prévios por parte dos alunos - introduzir aos alunos, de uma forma teoricamente sólida, as principais técnicas matemáticas utilizadas na área específica da engenharia em causa, com óbvia focalização nas respetivas aplicações. Tais objetivos são atingidos na metodologia utilizada, sendo reforçada a componente de aplicação à Engenharia Civil, na componente Prática Laboratorial.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Considering the usual constraints of time availability and the level of prior knowledge of the students, the general objectives of a discipline in Applied Mathematics for Engineering are to introduce students, in a theoretically sound manner, to the main mathematical techniques used in the specific engineering field in question, with an obvious focus on their respective applications. These objectives are achieved in the methodology used, being reinforced the application component to Civil Engineering, in the Laboratory Practice component.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

- D. Acheson, From Calculus to Chaos, An Introduction to Dynamics, Oxford University Press (1997)
- T. M. Apostol, Calculus, Vol. II, Second Edition, Wiley.
- P. Blanchard, R. L. Devaney, G. R. Hall, Differential Equations, Brooks/Cole (1997).
- R. L. Devaney, An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, Benjamin/Cummings (1986).
- E. Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics (10th Edition), Wiley (2011).
- R. May, Stability and Complexity in Model Ecosystems, 2nd ed., Princeton University Press (1975).

10. Data de aprovação em CTC 2024-07-17

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26