

---

**1. Designação da unidade curricular**

[2135] Matemática para Computação Gráfica / Mathematics for Computer Graphics

---

**2. Sigla da área científica em que se insere**

MAT

---

**3. Duração**

Unidade Curricular Semestral

---

**4. Horas de trabalho**

162h 00m

---

**5. Horas de contacto**

Total: 67h 30m das quais TP: 45h 00m | P: 22h 30m

---

**6. % Horas de contacto a distância**

Sem horas de contacto à distância

---

**7. ECTS**

6

---

**8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular**

[1235] João Beleza Teixeira Seixas e Sousa | Horas Previstas: N/D

---

**9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular**

Não existem docentes definidos para esta unidade curricular



**10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

1. Compreensão das noções básicas da álgebra matricial e geometria afim.
  2. Compreensão da renderização gráfica, usando um algoritmo de Ray Tracing.
  3. Capacitar o aluno para a implementação de algoritmos para transformar e intersectar representações de objectos geométricos, usando programação orientada por objetos em Python.
  4. Capacitar o aluno para a selecção das transformações geométricas adequadas à visualização de uma cena, quando descrita num sistema de coordenadas homogéneas.
- 

**10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).**

1. Understanding basic notions from matrix algebra and affine geometry.
2. Understanding graphical rendering using a Ray Tracing algorithm.
3. Enable the student to implement algorithms to transform and intersect representations of geometric objects using object-oriented programming in Python.
4. Enable the student to select geometric transformations suitable for the visualization of a scene, when described in a homogeneous coordinate system.

---

#### 11. Conteúdos programáticos

1. Cálculo Matricial: Álgebra matricial. Sistemas lineares: método de Gauss e classificação. Matriz inversa. Determinante. Valores e vetores próprios. Diagonalização.
2. Cálculo Vetorial: Independência linear, base e dimensão. Norma euclidiana. Ângulo. Produto interno, externo e misto. Base ortonormada em  $R^n$ .
3. Transformações: Transformações lineares em  $R^3$ . Transformações de mudança de escala e rotações. Coordenadas homogéneas. Espaços afins: pontos e direções. Transformações aplicadas a vetores normais.
4. Geometria Tridimensional: Distâncias. Intersecção de um plano com uma reta, intersecção de três planos, transformações no plano. Projeções. Vista de uma cena.
5. Ray Tracing: Intersecção de uma semi-reta com um triângulo. Cálculo dos vetores normais a uma superfície. Vetor de reflexão e de refração a uma superfície.
6. Iluminação: Cor RGB. Fontes de luz. Difusão de luz. Reflexão e refração da luz numa superfície.
7. Programação Orientada por Objetos em Python.

---

#### 11. Syllabus

1. Matrix Calculations: Matrix Algebra. Linear systems: Gaussian method and classification. Inverse matrix. Determinant. Eigenvalues and eigenvectors. Diagonalization.
2. Vector Calculus: Linear independence, basis and dimension. Euclidean norm. Angle. Inner, vector and mixed product. Orthonormal basis in  $R^n$ .
3. Transformations: Linear transformations in  $R^3$ . Scale-change transformations and rotations. Homogeneous coordinates. Affine spaces: points and directions. Transformations applied to normal vectors.
4. Three-Dimensional Geometry: Distances. Intersection of a plane with a line, intersection of three planes, transformations in the plane. Projections. View of a scene.
5. Ray Tracing: Intersection of a semi-line with a triangle. Calculation of normal vectors to a surface. Vector of reflection and refraction to a surface.
6. Lighting: RGB color. Sources of light. Diffusion of light. Reflection and refraction of light on a surface.
7. Object Oriented Programming in Python.

---

**12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

A unidade curricular pretende fundamentar algumas das estruturas matemáticas usadas noutras unidades curriculares. Por forma a facilitar esta ligação e complementar a unidade curricular Matemática Discreta e Programação faz-se aqui também uso da linguagem Python.

Os objetivos de aprendizagem 1 a 4 são abrangidos pelos conteúdos programáticos 1 a 7.

---

**12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

The curricular unit aims to substantiate some of the mathematical structures used in other curricular units. To facilitate this connection and complement the Discrete Mathematics and Programming course, the Python language is also used here.

Learning objectives 1 to 4 are covered by syllabus 1 to 7.

---

**13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico**

Ensino teórico-prático (TP) e laboratorial (PL).

As aulas compreendem exposição dos conceitos teóricos e resolução de exercícios (TP), e programação de computador (PL).

Existem entre 6 e 14 trabalhos semanais, sem relatório, realizados individualmente ao longo do semestre.

---

**13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model**

Theoretical-practical (TP) and laboratory (PL) teaching.

Classes include exposure to theoretical concepts and solving exercises (TP), and computer programming (PL).

There are between 6 and 14 weekly assignments, without reports, carried out individually throughout the semester.

---

#### 14. Avaliação

A unidade curricular tem avaliação distribuída com exame final.

Os objetivos de aprendizagem I a III são avaliados individualmente em exame (NE) e nos trabalhos realizados ao longo do semestre (NT).

A nota NT é a média aritmética dos trabalhos.

O exame é constituído por uma prova escrita e por uma prova oral.

Os alunos com classificação superior a 8,00 valores na prova escrita, têm acesso à prova oral.

A nota do exame é a nota da prova oral ou, caso o estudante seja dispensado desta e não a queira realizar, é a nota da prova escrita.

A nota final (NF) é obtida por  $NF = 0.5 * NE + 0.5 * NT$ .

Para obter aprovação é necessário ter nota mínima de 9.50 valores em NE e NF.

---

#### 14. Assessment

The curricular unit has distributed assessment with a final exam.

Learning objectives I to III are assessed individually in an exam (NE) and in work carried out throughout the semester (NT).

The NT grade is the arithmetic average of the works.

The exam consists of a written test and an oral test.

Students with a classification higher than 8.00 in the written test have access to the oral test.

The exam grade is the oral test grade or, if the student is exempt from this and does not want to take it, it is the written test grade.

The final grade (NF) is obtained by  $NF = 0.5 * NE + 0.5 * NT$ .

To obtain approval, you must have a minimum grade of 9.50 in NE and NF.

---

#### 15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Nas aulas são apresentados os conceitos matemáticos relacionados com os objetivos de aprendizagem 1 a 4, assim como técnicas de resolução de exercícios. São propostos exercícios que permitam consolidar a aprendizagem dos objetivos. As aulas com recurso ao computador, de programação em Python, têm como propósito a consolidação do objetivo 3.

---

**15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

In classes, mathematical concepts related to learning objectives 1 to 4 are presented, as well as exercise-solving techniques. Exercises are proposed to consolidate the learning objectives. The computer-based Python programming lessons aim to consolidate objective 3.

---

**16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória**

- E. Lengyel, Mathematics for 3D game programming and computer graphics, 3ed, Cengage Learning, 2011
- G. Farin & D. Hansford, Practical Linear Algebra: A Geometry Toolbox, AK Peters/CRC Press, 2005
- I. Cabral & C. Perdigão & C. Saiago, Álgebra Linear: teoria, exercícios resolvidos e exercícios propostos com soluções, 5ed., Escolar Editora, 2018
- J. F. Hughes & A. van Dam & M. McGuire & D. F. Sklar & J. D. Foley & S. K. Feiner & K. Akeley, Computer Graphics: Principles and Practice, 3ed, Addison-Wesley Professional, 2014.
- A. Howard & C. Rorres, Álgebra linear com aplicações, 10ed., Bookman, 2012

---

**17. Observações**

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC:

Data de aprovação em CP: