
1. Designação da unidade curricular

[3879] Análise Vetorial / Vector Analysis

2. Sigla da área científica em que se insere MAT

3. Duração Unidade Curricular Semestral

4. Horas de trabalho 162h 00m

5. Horas de contacto Total: 67h 30m das quais T: 45h 00m | TP: 22h 30m

6. % Horas de contacto a distância Sem horas de contacto à distância

7. ECTS 6

8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular [1565] Cristina Isabel Caetano Ferreira Januário | Horas Previstas: N/D

9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

1. Dominar os conceitos básicos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vectoriais.
2. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas a utilizar.
3. Dominar a representação paramétrica de linhas e superfícies e saber utilizá-la no cálculo de integrais de linha e de superfície.
4. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.
5. Saber formular matematicamente um problema e identificar e implementar as estratégias.
6. Saber aplicar os principais conceitos e técnicas do cálculo diferencial e integral em \mathbb{R}^n nos contextos diversos das unidades curriculares da especialidade que a unidade curricular de Análise Vetorial serve.
7. Ter capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

1. Mastering the concepts of limit, continuity and differentiability of real-valued and vector functions of several variables.
2. Mastering the calculation of multiple integrals, identifying the geometric representation of the domain and recognizing the appropriate coordinate system
3. Mastering the parameterization of curves and surfaces and to apply it in the calculation of line and surface integrals.
4. Developing spatial visualization and deductive reasoning skills in the analysis and solution of applied problems.
5. Being able to formulate a mathematical problem and to identify and implement the appropriate strategies and tools to its analytical and/or computational solution.
6. Being able to apply the key concepts and techniques of differential and integral calculus in \mathbb{R}^n in the context of the various engineering-related courses of the program.
7. Having analysis, calculus and deductive reasoning skills.

11. Conteúdos programáticos

1. Noções Topológicas em \mathbb{R}^n . Campos escalares e vectoriais. Domínio, conjunto de nível e gráfico; Limite e continuidade.
2. Cálculo Diferencial em \mathbb{R}^n : Derivada segundo um vector. Derivadas parciais. Diferenciabilidade. Plano tangente. Derivada como aplicação linear. Derivada da função composta. Derivadas parciais de ordem superior; teorema de Schwarz; funções de classe C^k . Operadores diferenciais: gradiente, divergência, rotacional. Fórmula de Taylor para campos escalares; extremos livres. Aplicações.
3. Cálculo Integral em \mathbb{R}^n : Integrais duplos e triplos: teorema de Fubini; teorema da média; mudança de variáveis. Integrais de linha: parametrizações; integral de linha de campos escalares e vectoriais. Trabalho; campos conservativos; função potencial. Teorema de Green. Integrais de superfície: parametrizações; integral de superfície de campos escalares e vectoriais. Fluxo; teorema da divergência; teorema de Stokes. Aplicações.



11. Syllabus

1. Topological notions in \mathbb{R}^n . Scalar and vector fields. Domain, level sets, and graph. Limits and continuity.
2. Differential Calculus in \mathbb{R}^n : directional derivative; partial derivative; differentiability of scalar fields; tangent plane; the derivative as a linear map; chain rule; higher order partial derivatives, Schwarz theorem, class C^k function. Differential operators: gradient, divergence, and curl. Taylor's formula for scalar fields. Local constraint-free extrema. Applications.
3. Integral Calculus in \mathbb{R}^n : double and triple integrals, Fubini's theorem, mean value theorem; change of variables. Line integrals: parameterization of a line; line integral of scalar and vector fields. Work, conservative fields, and potential. Green's theorem. Surface integrals: parameterization of a surface, integral surface of scalar and vector fields. Flow, the divergence theorem, Stokes' theorem. Applications.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos 1 a 4 são cumpridos nos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são ainda amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo (objetivo 7).
Para além das aplicações estudadas em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados traduz-se numa maior motivação e eficácia da aprendizagem, uma vez que permitem:

- transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em \mathbb{R}^n ser uma ferramenta indispensável no estudo da engenharia;
- praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica (objetivos 5 e 7);
- facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos (objetivo 6).

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Goals 1 to 4 are met within the contents of the syllabus, in which the analysis, calculus and deductive reasoning skills are widely developed (goal 7).
In addition to the applications studied in each topic, the systematic use of applied and contextualized problems yields an increase of motivation, efficiency and spectrum of learning, since they enable:

- to convey the fact that differential and integral calculus in \mathbb{R}^n is an indispensable tool in the study of engineering ;
- to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism (goals 5 to 7);
- to help students to recognize the concepts and techniques studied when they have to use it in their future studies (goal 6) .

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

A metodologia adotada consiste em aulas teórico-práticas e práticas:

- Nas aulas teórico-práticas, apresenta-se a teoria fundamental das técnicas utilizadas, selecionando criteriosamente as demonstrações a incluir e ilustrando os conceitos com exemplos aplicados.
- Nas aulas práticas, a sessão divide-se em duas partes:
 1. Primeira parte: Disponibilização de um conjunto de exercícios, permitindo que os alunos os resolvam e esclareçam as suas dúvidas.
 2. Segunda parte: Resolução e discussão dos problemas, consolidando a aprendizagem.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

The adopted methodology combines theoretical-practical and practical classes:

- In theoretical-practical classes, the foundational theory behind the applied techniques is presented. Demonstrations are carefully selected, and concepts are illustrated with applied examples.
- In practical classes, sessions are divided into two parts:
 1. First part: A set of exercises is provided, allowing students time to solve them and clarify any doubts.
 2. Second part: Problem-solving and group discussion to consolidate learning.

14. Avaliação

A avaliação é Distribuída com Exame Final:

- 1) Na avaliação distribuída o aluno terá aprovação à UC caso tenha obtido em ambas as frequências nota superior ou igual a 8,00 valores (NF1 e NF2) e com média aritmética final (NF) superior ou igual 9,50 valores, $NF = (NF1+NF2)/2$. Se necessário, pode ser repetido, na época normal de exame, um dos testes de modo a atingir as condições mínimas;
- 2) Por exame, a nota final (NF) é a nota do exame (NE), $NF=NE$, com nota mínima de 9,50 valores.

14. Assessment

The assessment is Distributed with Final Exam:

1) In distributed assessment, the student will pass the UC, if he has obtained in both frequencies a grade greater than or equal to 8,00 points (NF1, NF2) and with a minimum arithmetic average (NF) of 9.50 points, $NF=(NF1+NF2)/2$. If necessary, one of the tests may be repeated at the normal time of examination in order to achieve the minimum conditions;

2) By exam, the final grade (NF) is the exam grade (NE), $NF=NE$, with minimum grade of 9.50.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas teórico-práticas garantem uma cobertura rigorosa e completa dos tópicos do programa, articulando-os com situações práticas para motivar os alunos e facilitar a compreensão dos conceitos. A resolução de exercícios em aula ilustra a aplicação prática dos conteúdos, consolidando simultaneamente os conhecimentos teóricos. As listas de exercícios, organizadas por conteúdo, permitem acompanhar todos os tópicos e são fundamentais para o estudo autónomo. Os exercícios selecionados desenvolvem competências de cálculo e raciocínio dedutivo.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

The theoretical-practical classes ensure comprehensive and rigorous coverage of the syllabus topics, while connecting them to practical applications to enhance student motivation and conceptual understanding. In-class problem-solving demonstrates the practical implementation of course content while simultaneously reinforcing theoretical knowledge. The exercise sets, organized by subject matter, enable students to follow all course topics and serve as essential tools for independent study. The selected problems are designed to develop both computational skills and deductive reasoning abilities.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

- Apostol, T., Calculus-volume 2.
- Amado, L., Grossinho M., Janela, J., e Neto, A.: Elementos de cálculo Diferencial e Integral em \mathbb{R}^n para Economia e Gestão AEISEG, 2017.
- Ferreira, C. Análise real.
- Kreyszig, E., Advanced Engineering Mathematics, 10th edition, Wiley, 2011
- Marsden, J. and Tromba: A. Vector Calculus, 6ª ed., W. H. Freeman and Company Publishers, 2011
- McCullem, Hughes: Multivariable Calculus, 5ª ed., John Wiley, 2011.
- Rogers, R., The Calculus of Several Variables, 2011



Ficha de Unidade Curricular A3ES
Análise Vetorial
Licenciatura em Engenharia Electrotécnica
2025-26

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC:

Data de aprovação em CP: