instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Análise
Licenciatura em Matemática Aplicada à Tecnologia e à Empresa

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[3979] Análise / Analysis

2. Sigla da área científica em que se insere	MAT
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	162h 00m
5. Horas de contacto	Total: 95h 00m das quais TP: 90h 00m | O: 5h 00m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	6
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1718] Maria Teresa Morais de Paiva Martins e Silva | Horas Previstas: 720 horas
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

1. Manipular propriedades de funções elementares. Compreender o conceito de sucessão e de série numérica. Obter aproximações numéricas de raízes e pontos fixos de funções.

2. Compreender os conceitos de cálculo diferencial necessários para o estudo de funções; relacionar derivada com aproximação afim e velocidade.

3. Compreender a construção do polinómio de Taylor como fundamental para aproximar funções com características localizadas num ponto e saber generalizar a noção de aproximação polinomial.

4. Interpretar séries de potências como limite de polinómios de Taylor, usar critérios de convergência e conhecer os principais desenvolvimentos.

5. Usar métodos de primitivação como ferramenta básica para o cálculo integral. Associar o valor de integral de uma função com a sua média e conhecer aplicações fundamentais. Manipular integrais indefinidos e impróprios.

6. Obter aproximações numéricas de integrais em que não é possível aplicar métodos analíticos e obter estimativas do erro.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

1. To know basic functions? properties. Understand the concept of sequence and numerical series. Find numerical approximations of roots and fixed points of a given function.

2. To understand the differential calculus concepts necessary for the study of functions; to relate derivative with linear approximation and velocity.

3. To understand Taylor expansion as a key tool to approximate functions with features located at a point and to be able to generalize the notion of polynomial approximation.

4. To associate power series with the limit of Taylor expansions, to use convergence criteria and to know power series expansions.

5. To manipulate antiderivative methods as a basic tool for integral calculus. To associate the value of the integral of a function with its average and to know the basic applications. Manipulate indefinite and improper integrals.

6. To find numerical approximations of integrals where the application of analytic is not possible, and to provide errors estimates

11. Conteúdos programáticos

1. Funções: Propriedades fundamentais dos números reais e de funções reais de variável real. Sucessões e Séries numéricas, critérios de convergência e de comparação. Noções topológicas, limite e continuidade. Teorema de Bolzano e Método da bisseção.

2. Diferenciabilidade: Teorema de Lagrange. Monotonia e extremos em intervalos limitados e não limitados. Teorema do ponto fixo, método de Newton e método da secante. Indeterminações e regra de Cauchy. Fórmula de Taylor. Série de Taylor, séries de potências, intervalos de convergência e desenvolvimentos notáveis.

3. Cálculo integral: Integral de Darboux. Teorema da média. Integral indefinido. Teorema fundamental do cálculo. Regra de Barrow. Primitivas imediatas e de frações racionais. Interpolação polinomial e integração numérica: Regra dos trapézios e regra de Simpson. Integração por partes e por substituição. Integrais impróprios.

11. Syllabus

1. Functions: Basic properties of real numbers and real variable functions. Sequences and Numerical series, convergence and comparison criteria. Topological notions, limits and continuity. Intermediate value theorem and Bisection method.

2. Differential calculus: Lagrange's Theorem. Monotonicity and extrema in bounded and unbounded intervals. Fixed point theorem, Newton?s method and secant method. Indeterminate expressions and l?Hôpital?s rule. Taylor polynomial and Taylor power series expansion, power series, convergence intervals and main expansions.

3. Integral calculus: Darboux integral. Mean value theorem. Indefinite integral. Fundamental theorem of calculus. Barrow?s rule. Integration techniques. Polynomial approximation by interpolation, trapezoid and Simpson?s integration rules. Integration by parts and substitution. Improper integrals.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objetivo 1 é atingido com o estudo do primeiro capítulo dos conteúdos programáticos, onde alguns dos conhecimentos que os alunos trazem da formação de base são sistematizados e reorganizados.

Os objetivos 2, 3 e 4 são trabalhados no segundo capítulo, onde se procura dar ao aluno a capacidade de extrair informação vital do comportamento de funções em termos de variação e possibilitar a previsão de comportamentos quando a informação disponível não é total.

Os objetivos 5 e 6, de cariz mais técnico, são trabalhados no terceiro capítulo.

A introdução de métodos numéricos em diversos tópicos permite a possibilidade de obter soluções aproximadas para problemas em que a resolução analítica não é possível.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Goal 1 is reached with the study of the first chapter of the syllabus, where the students' background is systematized and reorganized.

Goals 2, 3 and 4 are met in the second chapter, which intends to give the student the ability to extract vital information about functions from its variation and how to predict its behaviour when the available information is not complete.

Goals 5 and 6, of a somehow more technical nature, are developed in the third chapter.

The introduction of numerical methods in several topics allows the possibility of finding approximate solutions for problems where an analytic approach is not available.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Aulas teórico-práticas para apresentação e fundamentação da teoria, a par de exemplos de aplicação e resolução exercícios.

Trabalhos práticos a serem resolvidos individualmente ou em grupo, em aula ou extra aula, nos quais é dado especial ênfase a problemas aplicados.

Estudo individual baseado na bibliografia complementado com a resolução dos exercícios e problemas indicados.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Classes consisting of the presentation and justification of the theory, applied examples and exercise solving.

Practical assignments to be handed in either individually or in groups and which can be solved in-class or extra-class, consisting primarily of applied problems.

Individual study based on the bibliography complemented with the solving of the exercises and problems.

14. Avaliação

A avaliação dos objetivos de aprendizagem é realizada através de avaliação distribuída com exame final.

A avaliação distribuída com exame final compreende a realização de 2 a 5 trabalhos pedagogicamente fundamentais com discussão oral, cada um com classificação mínima de 8.00 valores, com classificação média mínima do trabalhos (NP) de 9.50 valores, e exame global (NT), com classificação mínima de 9.50 valores. A nota final (NF) será calculada por:

NF=0.75NT+0.25NP.

Para obter aprovação na unidade curricular o aluno deve obter uma nota mínima de 9.50 valores em NF.

14. Assessment

The learning objectives are evaluated under a system of distributed assessment with a final exam.

The distributed assessment with final exam comprises the completion of 2 to 5 pedagogically fundamental works with oral discussion, each with a minimum rating of 8.00 values, with a minimum average classification of the work (NP) of 9.50 values, and a global exam (NT), with minimum rating of 9.50 values. The final grade (NF) will be calculated by:

NF = 0.75NT + 0.25NE.

For course approval, the student must score at least 9.50 in NF.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas do tipo teórico-práticas justificam-se para uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos para maior motivação do aluno e melhor compreensão dos conceitos e resultados. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

Os trabalhos práticos vão de encontro à necessidade de incentivar o aluno a acompanhar o desenrolar da matéria e a avaliar o sucesso da sua aprendizagem. O tipo de problemas, aplicado e menos direto, induzem o aluno a questionar e aprofundar os seus conhecimentos, ao mesmo tempo que lhe incute maior capacidade de trabalho e independência e o leva a desenvolver das suas capacidades de análise, reflexão e crítica.

Com o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados, estudados com o auxílio de software matemático, pretende-se um maior motivação, eficácia e espetro da aprendizagem, pois possibilitam: transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em IR ser uma ferramenta indispensável à resolução de problemas em muitas áreas; praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica; permitir uma experiência computacional direta na formalização e resolução de problemas; facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos.

Além disso, a dinâmica de grupo, na componente de debate e entreajuda, potencia a obtenção de melhores resultados do que aqueles que, por si só, o estudo individual consegue. Pontualmente, são realizados controlos aos trabalhos entregues de modo a incentivar as suas corretas resoluções.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Lectures are central to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, all of which arise as the answer to an applied problem for a greater motivation and a better understanding of the notions and results on the student's part. In-class exercise solving allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems as well as a deepen of the scope of the theory.

By their organization, contents and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

Practical assignments lead students to closely follows classes and allow them to monitor their learning. Consisting of less straightforward problems, they lead students to question and deepen their knowledge while acquiring working and independence skills as well as a stronger development of their analysis, reflection and criticism skills.

The systematic use of applied and real life problems, studied with the aid of mathematical software, aims at increasing motivation, efficiency and spectrum of learning, by enabling: to convey the fact that the differential and integral calculus in IR is an indispensable tool in many different areas; to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism; to enable computational experiences in direct mathematical formalization of problems and their solution; to help students to recognize the concepts and techniques studied when they are met in the course of their studies.

Moreover, group dynamics encourages debate and support between students during lectures, leading to better results than those achieved by individual study alone. Occasional control is made on the reports handed in.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

1. Bartle R. and Sherbert, D., Introduction to Real Analysis, 4th ed., John Wiley (Reference book), 2011.

2. Hughes-Hallet, D., et al., ?Calculus: Single Variable?, John Wiley & Sons (Reference book), 2008.

3. Marsden, J, Weinstein, A., ?Calculus I?, Springer, 1985.

4. Kent, P, Ramsden, P, Wood, J., ?Experiments in Undergraduate Mathematics ? A Mathematica-Based Approach?, Imperial College Press, 1996.

5. Bluman, J., ?Problem Book for First Year Calculus?, Springer, 1984.

6. Keisler, H., ?Elementary Calculus: An Infinitesimal Approach?, available online at: http://www.math.wisc.edu/~keisler/calc.html , 2012.

7. Sarrico, C., ?Análise Matemática?, Gradiva, 2000.

8. Jordan, D., Smith, P., ?Mathematical Techniques?, Oxford University Press, 1994.

9. Lages Lima, E., Análise Real - volume 1. Funções de uma variável, Rio de Janeiro, IMPA, 2006.

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC: 2025-07-30

Data de aprovação em CP: 2025-07-29