instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Métodos para Equações Diferenciais Ordinárias
Licenciatura em Matemática Aplicada à Tecnologia e à Empresa

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4305] Métodos para Equações Diferenciais Ordinárias / Methods for Ordinary Differential Equations

2. Sigla da área científica em que se insere	MAT
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	162h 00m
5. Horas de contacto	Total: 95h 00m das quais TP: 90h 00m | O: 5h 00m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	6
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1836] Luís Manuel Ferreira da Silva | Horas Previstas: 90 horas
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

1. Identificar e resolver EDO?s de vários tipos (separáveis, exatas, lineares de segunda ordem).
2. Aplicar a transformada de Laplace à resolução de equações diferenciais.
3. Resolver sistemas de EDO?s lineares com coeficientes constantes, elaborar diagramas de fase elementares e analisar o comportamento qualitativo de sistemas de EDO?s em dimensão dois.
4. Compreender as diferenças entre problemas de valores iniciais e de valores na fronteira.
5. Compreender os aspetos teóricos fundamentais nos quais os métodos numéricos se baseiam.
6. Identificar e aplicar métodos numéricos adequados, bem como conhecer as principais vantagens e desvantagens dos mesmos.
7. Implementar computacionalmente os diferentes métodos recorrendo a *software* livre.
8. Demonstrar capacidade analítica e crítica na modelação e resolução de problemas em diferentes domínios aplicados, não só por aplicação direta dos métodos analíticos e numéricos estudados como por adaptação dos mesmos a novas situações.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

1. Identify and solve ODE?s of various types (separable, exact, linear of second order).
2. Apply the Laplace transform to the solution of of ODE?s.
3. Solve linear systems of ODE?s with constant coefficients, elaborate elementary phase diagrams and analyse the qualitative behavior of two-dimensional systems of ODE?s.
4. To understand the differences between initial value and boundary value problems.
5. To understand the fundamental theoretical aspects on which the numerical methods rely.
6. To identify and apply the most suitable numerical methods and to know their main advantages and disadvantages.
7. To implement the different methods using open source software.
8. To demonstrate critical thinking and analytical capability while modelling and solving problems in different domains of application, not only by direct application of the studied analytical and numerical methods, but also by adapting them to new situations.

11. Conteúdos programáticos

1. Introdução às EDO?s.
2. EDO?s de primeira ordem.
3. EDO?s de segunda ordem.
4. Transformadas de Laplace.
5. Sistemas de EDO?s lineares.
6. Sistemas de EDO?s não lineares.
7. Problemas de valores na fronteira para EDO?s lineares de segunda ordem.
8. Métodos a um passo. Erro local de truncatura.
9. Método de Euler. Métodos de Taylor. Métodos Runge-Kutta.
10. Consistência, estabilidade e convergência.
11. Métodos a passo adaptativo. Métodos de Fehlberg e de Dormand-Prince.
12. Métodos a passo múltiplo. Métodos preditor-corretor de Adams.
13. Problemas ?rígidos?. Estabilidade numérica. Métodos de derivação regressiva.

11. Syllabus

1. Introduction to ODE?s.
2. First-order ODE?s.
3. Second-order ODE?s.
4. Laplace transforms.
5. Systems of linear ODE?s.
6. Systems of non-linear ODE?s.
7. Boundary value problems for second-order linear ODE?s.
8. One-step methods. Local truncation error.
9. Euler?s method. Taylor methods. Runge-Kutta methods.
10. Consistency, stability and convergence.
11. Adaptive step-size methods. Fehlberg and Dormand-Prince methods.
12. Multistep methods. Adams predictor-corrector methods.
13. Stiff equations. Numerical stability. BDF methods.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O ponto 1 dos objetivos está em direta consonância com os pontos 1 a 3 dos conteúdos programáticos; o ponto 2 dos objetivos com o ponto 4 dos conteúdos programáticos; o ponto 3 dos objetivos com os pontos 5 e 6 dos conteúdos programáticos e o ponto 4 dos objetivos com o ponto 7 dos conteúdos programáticos.

Os pontos 5 a 7 dos objetivos estão em direta consonância com os pontos 8 a 14 dos conteúdos programáticos. O ponto 8 dos objetivos é cumprido através da prática da formulação matemática de problemas com diferentes proveniências e correspondentes abordagens analítica, qualitativa ou numérica, bem como a análise dos resultados obtidos, estimulada ao longo da exposição de conteúdos.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Item 1 of the learning outcomes is in straight accordance with items 1 to 3 of the syllabus; item 2 of the learning outcomes with item 4 of the syllabus; item 3 of the learning outcomes with items 5 and 6 of the syllabus and item 4 of the learning outcomes with item 7 of the syllabus. Items 5 to 7 of the learning outcomes are in straight accordance with items 8 to 14 of the syllabus. Item 8 of the learning outcomes is fulfilled through the practice of mathematical formulation of problems with different origins and the corresponding analytical, qualitative or numerical approaches, as well as the analysis of the obtained results, stimulated throughout the presentation of the syllabus.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Aulas teórico-práticas, onde os conceitos e definições fundamentais são apresentados com recurso aos materiais de apoio disponíveis, acompanhados da resolução de exercícios que ilustram os conceitos teóricos e da utilização de recursos computacionais quando necessários. São disponibilizadas listas de exercícios para uma mais eficaz compreensão dos conhecimentos apresentados.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Theoretical-practical classes, where the fundamental concepts and definitions are presented with the aid of all available teaching materials, along with the resolution of exercises that illustrate the theoretical concepts and the use of computational resources when required. Exercise sheets are made available for a more effective understanding of the presented knowledge.

14. Avaliação

A avaliação é distribuída com exame final, com 2 partes, uma teórica e outra prática. A teórica é constituída por 2 testes, cada um com nota mínima de 8,00 valores e média de 9,50, ou um exame com nota mínima de 9,50 valores. O 2º teste é realizado na data do exame de época normal, não havendo exames parciais. A prática é constituída por um trabalho computacional pedagogicamente fundamental com nota mínima de 9,50 valores.

A nota final do aluno, NF, é obtida pela fórmula NF=0,7NT+0,3NP, onde NT é o máximo entre a média das notas dos dois testes e a nota do exame e NP a nota do trabalho computacional.

14. Assessment

The assessment is distributed with a final exam, with 2 parts, one theoretical and one practical. The theory consists of 2 tests, each with a minimum grade of 8,00 and an average of 9,50, or an exam with a minimum grade of 9,50. The 2nd test is carried out on the date of the normal exam, with no partial exams. The practice consists of a pedagogically fundamental computational work with a minimum grade of 9,50. The student's final grade, FG, is obtained by the formula FG=0,7TG+0,3PG, where TG is the maximum between the grades of the two tests and the grade of the final exam and PG is the grade for the computational work.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas teórico-práticas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, enquanto que a resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados, ao mesmo tempo que se aprofundam os conceitos teóricos. As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são adequados ao desenvolvimento das capacidades que se pretendem potenciar nos alunos.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

The theoretical-practical classes are essential to a correct and comprehensive coverage of all topics in the syllabus, while the in-class resolution of exercises allows to illustrate the practical applications of the studied concepts and tools, enhancing the theoretical knowledge. By their organization, content and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited to train the skills that the students should acquire.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

Blanchard, P., Devanney, R., Hall, R., *?Differential Equations?* , Brooks-Cole, 4th edition, 2012.

Boyce, W., DiPrima, R., *?Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno?* , Livros Técnicos e Científicos, Editora, 1998.

Trench, W. *?Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems?* , Libre Texts.

Zill, D., *?Advanced Engineering Mathematics?* , Jones and Bartlett, 2005.

Burden, R. L., Faires, J. D., *?Numerical Analysis?* , Books/Cole, 2010

S. P., Wanner, G., *?Solving Ordinary Differential Equations I - Nonstiff Problems?* , Springer, 1993.

S. P., Wanner, G., *?Solving Ordinary Differential Equations II - Stiff ano Differential-Algebraic Problems?* , Springer, 1996.

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC: 2025-07-30

Data de aprovação em CP: 2025-07-29