

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4312] Geometria e Aplicações / Geometry and Applications

2. Sigla da área científica em que se insere

MAT

3. Duração

Unidade Curricular Semestral

4. Horas de trabalho

162h 00m

5. Horas de contacto

Total: 67h 30m, 72h 30m das quais TP: 67h 30m | O: 5h 00m, h 00m

6. % Horas de contacto a distância

Sem horas de contacto à distância

7. ECTS

6

8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular

[1614] Cátia Sofia Peniche Lente Dinis Dias | Horas Previstas: N/D

9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Articular conhecimentos de cálculo, álgebra linear e geometria na resolução de problemas geométricos aplicados.
2. Classificar as transformações geométricas no plano e no espaço tridimensional, identificar as suas principais características e escolher as técnicas de representação mais adequadas.
3. Descrever as curvas e superfícies mais usadas em modelação.
4. Aplicar técnicas de geometria euclidiana e diferencial em distintos contextos de ciência e engenharia.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

Students who successfully complete this course unit should be able to:

1. Assemble insights of calculus, linear algebra, and geometry in the resolution of applied geometric problems.
2. Classify geometric transformations in the plane and in three-dimensional space, identify their main properties and choose the most appropriate representation techniques.
3. Describe the most commonly used curves and surfaces in modelling.
4. Apply Euclidean and differential geometry techniques in different sciences and engineering contexts.

11. Conteúdos programáticos

- I. Espaços afins e euclidianos, referenciais, coordenadas usuais e coordenadas homogéneas, mudanças de referencial. Baricentros e coordenadas baricêntricas. Aplicações em computação gráfica.
 - II. Transformações afins e euclidianas: propriedades e representações matriciais. As isometrias e semelhanças no plano e no espaço. Ângulos de Euler. Quaterniões e rotações. Aplicações em computação gráfica e robótica.
 - III. Curvas no plano e no espaço: curvas parametrizadas, triedro de Frenet-Serret, curvatura e torção, curvas de Bézier (construção de De Casteljaeu), splines.
 - IV. Superfícies: parametrizações e equações implícitas. Plano tangente e normal. Superfícies de Bézier. Superfícies spline.
- Introdução à geometria esférica: geodésicas, triângulos na esfera, projeção estereográfica. Aplicações em cartografia.

11. Syllabus

- I. Affine and Euclidean spaces, referential frames, world coordinates and homogeneous coordinates, change of frames. Barycenter and barycentric coordinates. Applications in computer graphics.
- II. Affine and Euclidean transformations: matricial properties and representations. Isometries and similarities in the plane and in space. Euler angles. Quaternions and rotations. Applications in computer graphics and robotics.
- III. Planar and tridimensional curves: parameterized curves, Frenet-Serret frame, curvature, and torsion, Bézier curves (De Casteljau construction), splines.
- IV. Surfaces: parameterizations and implicit equations. Tangent and normal plane. Bézier surfaces. Surface spline.
- V. Introduction to spherical geometry: geodesics, spherical triangles, stereographic projection. Applications in cartography.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

A geometria euclidiana e a geometria diferencial possuem inúmeras aplicações em ciências e engenharia, nomeadamente, nas áreas de modelação, computação gráfica, cinemática, robótica e cartografia. Esta unidade curricular visa dotar os estudantes da compreensão das técnicas geométricas básicas necessárias nessas áreas e, também, em áreas de matemática fundamental mais avançadas.

Os conteúdos programáticos incluídos (I a V) requerem a interligação de ferramentas de álgebra linear e cálculo já conhecidas pelo aluno e permitir-lhe-ão atingir o objetivo de aprendizagem 1. Os objetivos de aprendizagem 2 e 3 são consequência dos conteúdos programáticos incluídos nos pontos II (objetivo 2), III e IV (objetivo 3). Finalmente, o objetivo 4 é um objetivo transversal, que será atingido através dos exemplos e aplicações apresentados nos conteúdos programáticos I a V.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Euclidean Geometry and Differential geometry have numerous applications in science and engineering, namely in the areas of computer graphics, kinematics, modelling, robotics and cartography. This curricular unit aims to provide students with the understanding of the basic geometric techniques necessary in these areas and also in more advanced areas of fundamental mathematics. The sections I to V of the syllabus require the interconnection of linear algebra and calculus tools and will allow students to achieve the learning outcome 1. Learning outcomes 2 and 3 are a consequence of the syllabus sections II (learning outcome 2), III and IV (learning outcome 3). Finally, learning outcome 4 is a cross-cutting goal, which will be achieved through the examples and applications presented in the syllabus sections I to V.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Ensino teórico-prático, com apresentação da teoria, exemplos de aplicação e resolução de exercícios.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Theoretical-practical teaching, with presentation of theory, examples of application and resolution of exercises.

14. Avaliação

A avaliação é distribuída com exame final e compreende duas componentes, uma teórica e outra prática. A componente prática é constituída por um trabalho obrigatório sem nota mínima (NQ) e um projeto pedagogicamente fundamental com nota mínima de 9.50 valores (NP). A componente teórica tem nota mínima de 9.50 valores (NT) e é constituída por um exame. O exame é constituído por uma prova escrita e por uma prova oral. Os alunos com nota superior a 8.00 valores na prova escrita têm acesso à prova oral. A nota do exame é a nota da prova oral ou, caso o estudante seja dispensado desta e não a pretenda realizar, é a nota da prova escrita. A nota final (NF) é $NF = 0.6 NT + 0.2 NP + 0.2NQ$.

14. Assessment

The assessment is distributed with a final exam, with two components, one theoretical and the other practical. The practical component consists of a compulsory assignment with no minimum grade (NQ) and a compulsory project with a minimum grade of 9.50 values (NP). The theoretical component has a minimum grade of 9.50 (NT) and consists of an exam. The exam consists of a written test and an oral test. Students with a grade higher than 8.00 in the written test have access to the oral test. The exam grade is the oral test grade or, if the student is exempt from this and does not intend to take it, it is the written test grade. The final grade (NF) is $NF = 0.6 NT + 0.2 NP + 0.2NQ$.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Nas aulas teórico-práticas são expostos os conteúdos programáticos e são fornecidas listas de exercícios diversificados e com diferentes graus de dificuldade que permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria (objetivos de 1 a 4).

A avaliação é dividida em três elementos: um teste final teórico-prático (avalia o cumprimento dos objetivos de 1 a 4), o projeto de grupo (avalia o cumprimento dos objetivos de 1 e 4) e os trabalhos periódicos (para permitir ao aluno auto-avaliar a sua compreensão da matéria lecionada e desenvolver capacidades de análise e pensamento crítico).

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

The lecture/recitations present the theory and illustrate the solution of diverse types of problems with varying degree of difficulty. This combination will help the student follow the material presented in class (achievement of learning outcomes 1 through 4).

The assessment will have three components: a final exam (assessing the achievement of learning outcomes 1 through 4), a group project (assessing the achievement of learning outcomes 1 and 4) and the periodical quizzes (to help the student follow the material presented in class and develop their analytical and critical thinking skills.)

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

1. M. Do Carmo, "Geometria diferencial de curvas e superfícies", Sociedade Brasileira de Matemática (2010).
2. J. Gallier, "Geometric Methods and Applications for Computer Sciences and Engineering?", Springer (2011), disponível on line em: <https://www.cis.upenn.edu/~jean/tabcont-v2.pdf>.
3. G. Farin, "Curves and Surfaces for CAGD, A Practical Guide?", Morgan-Kaufmann (2002).
4. D.W. Henderson, "Differential Geometry, A Geometric Introduction?", Cornell University (2014), disponível on-line em: <https://pi.math.cornell.edu/~henderson/books/dg.html> e na Biblioteca do ISEL (HEN.514).
5. F. Holweck, J.N. Martin, "Géométries pour l'ingénieur?", Ellipses Édition, (2013).
6. W. Meyer, "Geometry and Its Applications?", Elsevier (2005).
7. J. Oprea, "Differential Geometry and Its Applications?", MAA (2007), disponível na Biblioteca do ISEL(OPR.514.7).

17. Observações

Unidade Curricular Opcional