instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Análise
Licenciatura em Engenharia Física Aplicada

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4316] Análise / Analysis

2. Sigla da área científica em que se insere	MAT
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	162h 00m
5. Horas de contacto	Total: 90h 00m das quais TP: 90h 00m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	6
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1750] Maria Isabel Esteves Coelho | Horas Previstas: 90 horas
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).	1. Manipular propriedades de funções elementares. 2. Compreender os conceitos de cálculo diferencial necessários para o estudo de funções; relacionar derivada com aproximação afim e velocidade. 3. Compreender a construção do pol. de Taylor como fundamental para aproximar funções com características localizadas num ponto e saber generalizar a noção de aproximação polinomial noutros contextos. 4. Interpretar séries de potências como limite de pols. de Taylor, usar critérios de convergência e conhecer os principais desenvolvimentos notáveis. 5. Usar métodos de primitivação como ferramenta básica para o cálculo integral. Associar o valor de integral de uma função com a sua média. Manipular integrais indefinidos e impróprios. 6. Resolver eqs. dif. de variáveis separadas e lineares de 1a ordem, como casos particulares de integração direta. 7. Compreender modelos de aplicações de eqs. dif., e interpretar resultados no contexto em que se inserem.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).	1. To know basic functions' properties. 2. To understand the differential calculus concepts necessary for the study of functions; to relate derivative with linear approximation and velocity. 3. To understand Taylor expansion as a key tool to approximate functions with features located at a point and to be able to generalize the notion of polynomial approximation in other contexts. 4. To associate power series with the limit of Taylor expansions, to use convergence criteria and to know power series expansions. 5. To manipulate antiderivative methods as a basic tool for integral calculus. To associate the value of the integral of a function with its average and to know the basic applications. Manipulate indefinite and improper integrals. 6. To solve separable differential equations and 1st order linear equations, as particular cases of direct integration. 7. To understand application models leading to differential equations and to interpret results in their context.

11. Conteúdos programáticos

1. Funções: Propriedades fundamentais de funções reais de variável real. Noções topológicas, limite e continuidade.

2. Diferenciabilidade: Teorema de Lagrange. Monotonia e extremos em intervalos limitados e não limitados. Indeterminações e regra de Cauchy. Fórmula de Taylor. Série de Taylor, séries de potências e séries numéricas. Critérios de convergência e de comparação para séries numéricas, intervalos de conv. e desenvolvimentos notáveis.

3. Cálculo integral: Integral de Darboux. Teorema da média. Integral indefinido. Teorema fund. do cálc. integral. Regra de Barrow. Primitivas imediatas e por decomposição de frações racionais. Aproximação polinomial por interpolação e integração nos casos de grau 2 e 3. Integração por partes e substituição. Integrais impróprios.

4. Eq. dif. ordinárias: Problemas de valores iniciais de 1a ordem; existência e unicidade. Eqs. difs. de variáveis separáveis e lineares de 1a ordem.

11. Syllabus

1. Functions: Basic properties of real variable functions. Topological notions, limits and continuity.

2. Diferential calculus: Lagrange's Theorem. Monotonicity and extrema in bounded and unbounded intervals. Indeterminate expressions and Cauchy's rule. Taylor polynomial and Taylor power series expansion, power series and numerical series. Convergence and comparison criteria, convergence intervals and main expansions.

3. Integral calculus: Darboux integral. Mean value theorem. Indefinite integral. Fundamental theorem of calculus. Barrow's rule. Integrations techniques. Polynomial approximation by interpolation and integration in cases of degrees 2 and 3. Integration by parts and substitution. Improper integrals.

4. Ordinary differential equations: 1st order initial value problems; Existence and uniqueness of solution. Separable variables and 1st order linear differential equations.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objetivo 1 é atingido com o estudo do primeiro capítulo dos conteúdos programáticos, onde alguns dos conhecimentos que os alunos trazem da formação de base são sistematizados e reorganizados.

Os objetivos 2, 3 e 4 são trabalhados no segundo capítulo, onde se procura dar ao aluno a capacidade de extrair informação vital do comportamento de funções em termos de variação e possibilitar a previsão de comportamentos quando a informação disponível não é total.

O objetivo 5, de cariz mais técnico, é trabalhado no terceiro capítulo.

No quarto capítulo, aplicam-se os conhecimentos adquiridos no terceiro capítulo através da resolução de alguns tipos de equações diferenciais, que tanto permitem trabalhar o sexto como o sétimo objetivos da unidade curricular.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Goal 1 is reached with the study of the first chapter of the syllabus, where the students' background is systematized and reorganized.

Goals 2, 3 and 4 are met in the second chapter, which indends to give the student the ability to extract vital information about functions from its variation and and how to predict its behaviour when the available information is not complete.

Goal 5, of a somehow more technical nature, is developed in the third chapter.

In the 4th chapter, the knowledge acquired in the third chapter is applied to solving some types of differential equations, which allows to work both goals 6 and 7.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Nas aulas teórico-práticas são apresentados os conceitos teóricos acompanhados de exemplos/exercícios concretos de aplicação e à resolução de problemas, individualmente ou em grupo, nos quais é dado especial ênfase a problemas aplicados.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Teaching methodologies include lectures where the material in the syllabus is explained along with examples and exercises involving concrete applications of the lectures are solved.

14. Avaliação

A avaliação dos objetivos de aprendizagem (1) a (7) é realizada através de avaliação distribuída com exame final.

A avaliação distribuída com exame final compreende a realização de entre dois a cinco trabalhos obrigatórios, com classificação média mínima (NP) de 9.50 valores, e exame global (NT), com classificação mínima de 9.50 valores. A nota final (NF) será calculada por:

$$NF=0,75NT+0,25NP.$$

14. Assessment

The learning objectives of (1) to (7) is evaluated by a system of distributed assessment with a final exam.

Distributed assessment with a final exam encompasses the completion of between two to five mandatory assignments, with a minimum average grade (NP) of 9.50 points, and a comprehensive final exam (NT) with a minimum grade of 9.50 points. The final grade (NF) will be calculated as follows:

$$NF = 0.75NT + 0.25NP.$$

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas do tipo teórico-práticas justificam-se para uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos para maior motivação do aluno e melhor compreensão dos conceitos e resultados. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

Os trabalhos práticos vão de encontro à necessidade de incentivar o aluno a acompanhar o desenrolar da matéria e a avaliar o sucesso da sua aprendizagem. O tipo de problemas, aplicado e menos direto, induzem o aluno a questionar e aprofundar os seus conhecimentos, ao mesmo tempo que lhe incute maior capacidade de trabalho e independência e o leva a desenvolver das suas capacidades de análise, reflexão e crítica.

Com o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados, estudados com o auxílio de software matemático, pretende-se um maior motivação, eficácia e espetro da aprendizagem, pois possibilitam: transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em IR ser uma ferramenta indispensável à resolução de problemas em muitas áreas; praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica; permitir uma experiência computacional direta na formalização e resolução de problemas; facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos.

Além disso, a dinâmica de grupo, na componente de debate e entreajuda, potencia a obtenção de melhores resultados do que aqueles que, por si só, o estudo individual consegue. Pontualmente, são realizados controlos aos trabalhos entregues de modo a incentivar as suas corretas resoluções.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Lectures are central to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, all of which arise as the answer to an applied problem for a greater motivation and a better understanding of the notions and results on the student's part. In-class exercise solving allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems as well as a deepen of the scope of the theory.

By their organization, contents and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

Practical assignments lead students to closely follows classes and allow them to monitor their learning. Consisting of less straightforward problems, they lead students to question and deepen their knowledge while acquiring working and independence skills as well as a stronger development of their analysis, reflection and criticism skills.

The systematic use of applied and real life problems, studied with the aid of mathematical software, aims at increasing motivation, efficiency and spectrum of learning, by enabling: to convey the fact that the differential and integral calculus in IR is an indispensable tool in many different areas; to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism; to enable computational experiences in direct mathematical formalization of problems and their solution; to help students to recognize the concepts and techniques studied when they are met in the course of their studies.

Moreover, group dynamics encourages debate and support between students during lectures, leading to better results than those achieved by individual study alone. Occasional control is made on the reports handed in.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

1. Hughes-Hallet, D., et al., "Calculus: Single Variable", John Wiley & Sons (Reference book), 2008.

2. Jordan, D., Smith, P., "Mathematical Techniques", Oxford University Press, 1994.

3. Marsden, J, Weinstein, A., "Calculus I", Springer, 1985.

4. Kent, P, Ramsden, P, Wood, J., "Experiments in Undergraduate Mathematics -- A Mathematica-Based Approach", Imperial College Press, 1996.

5. Bluman, J., "Problem Book for First Year Calculus", Springer, 1984.

6. Keisler, H., "Elementary Calculus: An Infinitesimal Approach", available online at:

http://www.math.wisc.edu/~keisler/calc.html, 2012.

7. Sarrico, C., "Análise Matemática", Gradiva, 2000.

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC: 2025-09-29

Data de aprovação em CP: 2025-09-26