instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Cálculo Vetorial
Licenciatura em Engenharia Física Aplicada

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4335] Cálculo Vetorial / Vector Calculus

2. Sigla da área científica em que se insere	MAT
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	162h 00m
5. Horas de contacto	Total: 90h 00m das quais TP: 90h 00m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	6
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1088] Pedro Jorge da Silva Pereira | Horas Previstas: N/D
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

1. Reconhecer os conceitos estudados como generalização das noções correspondentes em funções reais de variável real.
2. Compreender os conceitos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vetoriais e as suas aplicações à determinação de direções de maior variação, aproximação de funções e ao cálculo de extremos.
3. Calcular integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas a utilizar.
4. Definir a parametrização de linhas e superfícies e utilizá-la no cálculo de integrais.
5. Aplicar o cálculo vetorial e integral, e.g., na determinação do comprimento de uma linha, área de uma superfície, volume de uma região, valor médio, trabalho, fluxo, massa, centro de massa e momentos de inércia.
6. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.
7. Formular matematicamente um problema, identificar e implementar estratégias adequadas à sua resolução analítica.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

1. To recognize the concepts studied as the generalization of the corresponding notions for single variable real functions.
2. To understand the notions of limit, continuity and differentiability of scalar and vector fields and its application to rates of increase, function approximation and extrema.
3. To compute double and triple integrals, identifying the geometric representation of the domain and the appropriate coordinates.
4. To parametrize lines and surfaces and use it to compute line and surface integrals.
5. To apply the integration of multivariable functions to determine, namely, the line length, surface area, volume of a region, average value of a function, work, flux, mass, centre of mass and moments of inertia.
6. To develop spatial visualization and apply it in problem solving.
7. To be able to mathematically formulate a practical problem and to identify and implement the correct analytical strategy towards its solution.

11. Conteúdos programáticos

1. Funções em IR ^{n} : Campos escalares e vetoriais. Domínios, conjuntos de nível e gráficos. Limites e continuidade.
2. Cálculo diferencial em IR ^{n} : Derivadas parciais, plano tangente, diferenciabilidade de campos escalares e diferencial de uma função. Vetor gradiente e derivadas direcionais. Derivadas parciais de ordem superior, teorema de Schwarz e fórmula de Taylor. Extremos livres e condicionados. Derivada como aplicação linear e matriz jacobiana. Derivada da função composta, teorema da função implícita e teorema da função inversa. Operadores diferenciais: gradiente, divergência, rotacional. Aplicações.
3. Cálculo Integral em IR ^{n} : Integrais duplos e triplos: Teorema de Fubini e teorema da média; mudanças de variáveis. Integrais de linha de campos escalares e vetoriais: Parametrizações, trabalho, campos conservativos e função potencial; teorema de Green. Integrais de superfície de campos escalares e vetoriais: Parametrizações, fluxo, teoremas de Gauss e de Stokes. Aplicações.

11. Syllabus

1. Multivariable functions: Scalar and vector fields. Domain, contour lines and surfaces, graph. Limits and continuity.
2. Differential Calculus in IR ^{n} : Partial derivatives, tangent plane, differentiation of scalar fields and differential of a function. Gradient vector and directional derivatives. Higher order partial derivatives, Schwarz Theorem and Taylor's formula. Unconstraint and constraint extrema. The derivative as a linear map and Jacobian matrix. Chain rule, implicit function theorem and inverse function theorem. Differential operators: gradient, divergence, and curl. Applications.
3. Integral Calculus in IR ^{n} . Double and triple integrals: Fubini's theorem, mean value theorem; substitution of variables. Line integrals: Parametrization of a line; work, conservative fields, and potential. Green's Theorem. Surface integrals: Parametrization of a surface; flow, Gauss and Stokes' theorems. Applications.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos 1, 6 e 7 são transversais a todos os conteúdos programáticos, sendo que os dois últimos são especialmente trabalhados através das diversas aplicações estudadas.

O objetivo 2 é cumprido nos pontos 1 e 2 do programa, enquanto o capítulo 3 do programa cobre os objetivos 3, 4 e 5.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Goals 1, 6 and 7 are common to every chapter of the syllabus, with 6 and 7 being particularly met on account of the several applications studied.

Goal 2 is achieved through chapters 1 and 2, while chapter 3 covers all of goals 3, 4 and 5.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Aulas teórico-práticas para apresentação e fundamentação da teoria, a par de exemplos de aplicação e resolução de exercícios. Regularmente, aulas dedicadas à resolução de exercícios de aplicação direta e ao estudo de problemas. Estudo individual complementado com a bibliografia e a resolução dos exercícios e problemas indicados.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Classes consisting of the presentation and justification of the theory along with applied examples and exercise solving. Some classes consisting of exercise solving and problems study. Individual study to be complemented with the bibliography and the solving of the exercises and problems indicated.

14. Avaliação

A avaliação de conhecimentos durante o período letivo compreende dois testes escritos. Para obter aprovação, a classificação em cada um dos testes não pode ser inferior a 8,00 valores e a média aritmética deve ser no mínimo de 9,50 valores.

Fora do período letivo o aluno pode obter aprovação na unidade curricular por exame global e escrito com nota, no mínimo, de 9,50 valores.

Não há possibilidade de serem feitos exames parciais.

14. Assessment

The distributed evaluation considers two written tests. In this case, to obtain approval it is required a minimum of 8.00 values in each of the tests and an arithmetic average higher than or equal to 9.50 values.

The student may also obtain approval attending a global written exam and obtaining a grade greater than or equal to 9.50 values.

There are no partial exams.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas do tipo teórico-práticas justificam-se para uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais podem surgir como resposta a situações e problemas práticos para maior motivação do aluno e melhor compreensão dos conceitos e resultados. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

Com o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados pretende-se uma maior motivação, eficácia e espetro de aprendizagem, pois possibilitam: transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em IR^n ser uma ferramenta indispensável à resolução de problemas em muitas áreas; praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica; facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudadas quando a estes os alunos têm que recorrer no seguimento dos seus estudos.

Além disso, a dinâmica de grupo, na componente de debate e entreajuda, potencia a obtenção de melhores resultados do que aqueles que, por si só, o estudo individual consegue.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Lectures are central to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, that can arise as the answer to an applied problem for a greater motivation and a better understanding of the notions and results on the student's part. In-class exercise solving allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems as well as a deepen of the scope of the theory.

By their organization, contents and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

The systematic use of applied and real life problems aims at increasing motivation, efficiency and spectrum of learning, by enabling: to convey the fact that the differential and integral calculus in IR^n is an indispensable tool in many different areas; to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism; to help students to recognize the concepts and techniques studied when they are met in the course of their studies.

Moreover, group dynamics encourages debate and support between students during lectures, leading to better results than those achieved by individual study alone.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

1. McCallum, W., Hughes-Hallet, D., et al., "Multivariable Calculus", John Wiley & Sons, 2020.
2. Marsden, J., Tromba, A., "Vector Calculus", Macmillan Learning, 2011.
3. Stewart, J., "Calculus: early transcendentals", Cengage Learning , 2020.
4. Anton, H., "Calculus: A New Horizon", John Wiley & Sons Inc., 1998.
5. Anton, H., Bivens, I., Davis, S., "Calculus Multivariable", Wiley & Sons, 2009.
6. Larson, R., Hostetler, R., Edwards, B., "Cálculo", McGraw-Hill, 2006.
7. A. Azenha, M. A. Jerónimo, "Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em IR e IR^n ", McGraw-Hill, 2001.
8. Matthews, P. C., "Vector Calculus", Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer, 2012.

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC: 2025-09-29

Data de aprovação em CP: 2025-09-26