instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Cálculo Numérico
Licenciatura em Engenharia Química e Biológica

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4414] Cálculo Numérico / Numerical Calculus

2. Sigla da área científica em que se insere	MAT
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	108h 00m
5. Horas de contacto	Total: 45h 00m das quais TP: 45h 00m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	4
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1674] Sérgio Paulo Fino de Sousa Lopes | Horas Previstas: N/D
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá possuir a capacidade de:

- Observar exemplos de propagação do erro que ocorre na aplicação de técnicas numéricas.
- Entender as técnicas de aproximação e identificar os problemas tipo que requerem o uso destas técnicas na obtenção de uma solução.
- Implementar computacionalmente em Python as técnicas e os métodos numéricos lecionados.
- Desenvolver um raciocínio estruturado de modo a formular matematicamente um problema de diferentes domínios de aplicação, identificar e implementar estratégias adequadas à sua resolução numérica.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

After the student receives approval on the curricular unit, he should be able to:

- Identify examples of propagation of errors when applying numerical techniques to solve problems;
- Understand approximation techniques and identify typical problems that require the use of these techniques to obtain a solution.
- Implement computationally in Python the numerical techniques and methods that have been taught.
- Develop structured reasoning and demonstrate analytical and critical thinking in order to mathematically formulate a problem relevant to different relevant fields of knowledge, and identify and implement appropriate strategies for its numerical resolution.

11. Conteúdos programáticos

1. Introdução. à teoria dos erros. Majorantes de erro. Fórmula fundamental do cálculo dos erros.
2. Análise intervalar.
3. Resolução numérica de equações não lineares. Métodos da bissecção, ponto fixo e Newton-Raphson.
4. Interpolação polinomial. Polinómio interpolador de Lagrange. Erro na interpolação. Interpolação inversa.
5. Integração Numérica. Fórmulas de Newton-Cotes fechadas (fórmulas simples e compostas).
6. Método dos mínimos quadrados para o caso discreto.
7. Resolução numérica de Equações Diferenciais Ordinárias de 1ª ordem: métodos de Euler, Taylor e Runge-Kutta.

11. Syllabus

1. Introduction to error theory. Error bounds. Fundamental error calculation formula.
2. Interval analysis.
3. Numerical solution of nonlinear equations: Bisection, fixed point and Newton-Raphson methods.
4. Polynomial interpolation: Lagrange interpolation polynomial. Interpolation error. Inverse interpolation.
5. Numerical integration: Closed Newton-Cotes formulas (simple and composite formulas).
6. Least squares method for the discrete case.
7. Numerical solution of first-order ordinary differential equations: Euler, Taylor, and Runge-Kutta methods.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos são cumpridos com a apresentação dos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo. Para além da teoria estudada em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas que ilustram os diferentes conceitos ministrados, traduz-se numa maior motivação, eficácia e espetro da aprendizagem por parte dos alunos. Em particular, as aplicações concretas possibilitam:

- Formular matematicamente um modelo que descreva um problema de um determinado domínio de estudo;
- Analisar os casos de estudo e identificar os métodos de aproximação adequados à resolução desses casos;
- Implementar computacionalmente as técnicas e os métodos numéricos usados, e analisar e compreender os resultados obtidos
- Saber trabalhar em equipa e saber defender publicamente os resultados do respectivo trabalho.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

The main goals are met through the presentation of the programmatic content of the course chapters, which extensively develop students? skills in analysis, computation, and deductive reasoning. Beyond the theory covered in each chapter, the systematic use of problems that illustrate the various concepts taught yields increase of motivation, efficiency and breadth of learning by the students. In particular, concrete applications will enable to:

- Mathematically formulate a model that describes a problem from a specific study domain;
- Analyze case studies and identify appropriate approximation methods for solving these cases;
- Computationally implement the numerical techniques and methods used, and analyze and understand the obtained results;
- Know how to work in a team and publicly defend the results of the respective work.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Metodologias de Ensino:

- Aulas teóricas, onde os conceitos e definições fundamentais são apresentados de uma forma clara com recurso aos materiais de apoio ao ensino disponíveis.
- Aulas teórico-práticas, nas quais são resolvidos exercícios que ilustram os conceitos teóricos. São disponibilizadas listas de exercícios para uma eficaz compreensão dos conhecimentos apresentados;
- Aulas laboratoriais, nas quais são implementados métodos numéricos na linguagem Python.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Teaching Methodologies:

- Theoretical classes, where fundamental concepts and definitions are presented clearly, using available teaching support materials.
- Theoretical-practical classes, in which exercises illustrating theoretical concepts are solved. Exercise lists are provided to ensure effective understanding of the presented knowledge.
- Laboratory classes, in which numerical methods are implemented in the Python programming language.

14. Avaliação

A avaliação de conhecimentos é efetuada por avaliação distribuída com exame final. A avaliação distribuída ao longo do período letivo, compreende a realização de um teste escrito (TE) e um trabalho de grupo teórico-prático considerado pedagogicamente fundamental (TP), com entrega de relatório e discussão oral obrigatória. Os estudantes ficam dispensados do exame final (EF), caso tenham obtido avaliação positiva na avaliação distribuída.

Para obter aprovação à unidade curricular:

- Avaliação distribuída: a classificação mínima do teste escrito (TE) é 8.0, tal como a classificação mínima do trabalho computacional (TP). A nota final (NF) ponderada é calculada através da fórmula NF = 0.7 TE + 0.3 TP;
- Avaliação por exame: a classificação mínima do exame final (EF) é 9.5, e a classificação mínima do trabalho computacional (TP) é 8.0. A nota final (NF) ponderada é calculada através da fórmula NF = 0.7 EF + 0.3 TP.

A nota final ponderada mínima (NF) é 9,50 valores.

14. Assessment

Knowledge assessment is conducted through distributed evaluation with a final exam. The distributed evaluation throughout the academic period includes the completion of a written test (TE) and an individual theoretical-practical assignment considered pedagogically essential (TP), with submission of a report and a mandatory oral discussion. Students are exempt from the final exam (EF) if they achieve a positive evaluation in the distributed assessment.

To pass the course:

- Distributed Evaluation: The minimum grade for the written test (TE) is 8.0, and the minimum grade for the computational practical assignment (TP) is 8.0. The final grade (NF) is calculated using the formula NF = 0.7 TE + 0.3 TP.

- Exam-Based Evaluation: The minimum grade for the final exam (EF) is 9.5, and the minimum grade for the computational practical assignment (TP) is 8.0. The final grade (NF) is calculated using the formula NF = 0.7 EF + 0.3 TP.

Approval in the course is achieved if the final grade (NF) is equal to or greater than 9.5.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas teóricas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, enquanto que a resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

Tendo em conta que o sucesso a matemática não é compatível com um estudo pontual exclusivamente pré-avaliação, torna-se recomendável a implementação de processos que contrariem esta tendência.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

The theoretical lectures are essential to a correct and comprehensive coverage of all topcis of the syllabus, while the in-class solution of exercices allows the illustration of the practical application of the concepts and the tools studied, enhancing the theoretical knowledge.

By their organization, contents and diversity in the degree of difficulty, the exercises sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited for the development of calculus skills and deductive reasoning.

Since the success in mathematics is not compatible with pre-assessment study on its own, it is essential to implement processes to avoid this inclination.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

1. Burden, R. L., Faires, J. D., Numerical Analysis, Brooks/Cole, 2010.
2. Santos, F. C., Duarte J., Lopes, N. Fundamentos de Análise Numérica (com Python 3 e R), Edições Sílabo, 2019.
3. Chapra, S.C., Canale, R.P. Numerical Methods for Engineers, McGraw-Hill, 2006.
4. Isaacson, E. , Analysis of Numerical Methods, Dover Publications, 1994.
5. Atkinson, K.E., Han, W., Elementary Numerical Analysis, 3rd edition, John Wiley \& Sons, 2003.
6. Atkinson, K.E., An Introduction to Numerical Analysis}, 2nd edition, John Wiley \& Sons, 1989.
7. Stoer, J., Bulirsch, R., Introduction to Numerical Analysis, 3rd edition, Springer, 2002.
8. Quarteroni, A., Sacco, R., Saleri, F., Numerical Mathematics, 2nd Edition, Springer, 2007.
9. Vuik, K., Vermolen, F., van Gijzen, M., Vuik, T., Numerical Methods for Ordinary Differential Equations, TU Delft Open, 2023.

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC: 2025-07-30

Data de aprovação em CP: 2025-07-29