instituto superior de engenharia de lisboa

Ficha de Unidade Curricular A3ES
Cálculo Vetorial e Equações Diferenciais
Licenciatura em Engenharia Química e Biológica

2025-26

1. Designação da unidade curricular

[4415] Cálculo Vetorial e Equações Diferenciais / Vector Calculus and Differential Equations

2. Sigla da área científica em que se insere	MAT
3. Duração	Unidade Curricular Semestral
4. Horas de trabalho	162h 00m
5. Horas de contacto	Total: 67h 30m das quais TP: 67h 30m
6. % Horas de contacto a distância	Sem horas de contacto à distância
7. ECTS	6
8. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular	[1718] Maria Teresa Morais de Paiva Martins e Silva | Horas Previstas: N/D
9. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular	Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

10. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

Após a aprovação na unidade curricular, o estudante deverá possuir a capacidade de:
1. Dominar os conceitos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vetoriais.
2. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas mais adequadas a utilizar.
3. Representar linhas parametricamente e interpretar e resolver problemas recorrendo aos respetivos integrais.
4. Utilizar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação através de campos escalares e/ou vetoriais na
análise e resolução de problemas.
5. Dominar o conceito de equação diferencial ordinária, incluindo a resolução de algumas equações de 1a e 2a
ordem.
6. Modelar problemas aplicados utilizando equações diferenciais ordinárias.
7. Privilegiar a aprendizagem baseada na autonomia e na atitude crítica.

10. Intended Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competences by the students).

Upon approval, the student should be able to:
1. Understand the basic concepts of limit, continuity and differentiability for scalar and vector fields.
2. Understand the calculus of multiple integrals, identifying the geometrical representation of the domain and
the convenient coordinates to be used.
3. Define parametric representations of lines and interpret and solve Engineering problems using line integrals.
4. Devise models based on scalar and/or vector fields and use spatial reasoning and visualisation in the analysisand solution of problems.
5. Understand the basic concepts in ordinary differential equations, including the solution of some 1st and 2nd
order equations.
6. Model applied problems using ordinary differential equations.
7. Choose autonomous and judicious learning strategies.

11. Conteúdos programáticos

1. Introdução aos campos escalares e vetoriais: Noções topológicas em Rn. Campo escalar e vetorial: domínio, conjunto de nível, gráfico, limite e continuidade.
2. Cálculo Diferencial em Rn: Derivada segundo um vetor, derivada parcial de 1ª ordem e superior. Diferenciabilidade para campos escalares. Plano tangente para campos escalares de R2. Matriz jacobiana e derivação da função composta para campos vetoriais.
3. Cálculo Integral em Rn: Integral duplo e triplo: definição, propriedades, cálculo, coordenadas polares, cilíndricas e esféricas, transformações de variáveis. Representação paramétrica de linhas, integral de linha de campos escalares e vetoriais. Teorema de Green.
4. Equações Diferenciais Ordinárias: Noção de equação diferencial, ordem, solução geral, problema de valores iniciais. Existência e unicidade de solução. Resolução de equações de 1ª e 2ª ordem. Propriedades e métodos gerais para equações diferenciais lineares de ordem n. Modelação com equações diferenciais ordinárias.

11. Syllabus

1. Introduction to real-valued and vector functions: Notions of topology in Rn. Scalar and vector fields: domain, level set, graphics, limit and continuity.
2. Differential Calculus in Rn: Derivatives along vectors, partial derivatives of 1st and higher orders. Differentiability for real-valued functions and tangent plane for real-valued functions in R2. The jacobian matrix and the chain rule for general vector fields.
3. Integral Calculus in Rn: Double and triple integrals: definition, properties, evaluation, coordinate transforms, polar, cylindrical, and spherical coordinates. Parametric representation of curves, line integrals of real-valued and scalar functions. Green's Theorem.
4. Ordinary differential equations: Notion of differential equation, order, general solution, initial value problem. Existence and uniqueness of solution. Solution of some 1st and 2nd order equations. Linear differential equations: general properties and methods. Modeling with ordinary differential equations.

12. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

O objetivo 1 é cumprido nos capítulos 1 e 2 dos conteúdos programáticos. Aos objetivos 2, 3 e 4 correspondem os conteúdos e exemplos práticos relativos ao capítulo 3.
Os conteúdos programáticos dos capítulos 1 a 3, que podem incluir-se de forma genérica na área da Análise em Rn, adequam-se particularmente ao cumprimento do objetivo 4 em consequência do relevo dado aos exemplos com dimensão até n=3.
Os objetivos 5 e 6 estão contemplados no capítulo 4 dos conteúdos programáticos.
O objetivo 7 é inerente ao contexto matemático dos assuntos estudados e à orientação geral da abordagem dos referidos assuntos levada a cabo na unidade curricular.

12. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Goal 1 is met by syllabus chapters 1 and 2. The contents and practical examples of chapter 3 correspond to goals 2, 3 and 4.
The syllabus chapters 1 to 3, which may be included in the general area of Analysis in Rn, meet goal 4 particularly well because of the emphasis placed on the examples in dimension up to n=3.
Syllabus chapter 4 accounts for goals 5 and 6.
Goal 7 is inherent to the mathematical context of the issues under study and the general orientation that has been set for the curricular unit.

13. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

Aulas teórico-práticas, com exposição da teoria, seguida da resolução de exemplos e exercícios.

13. Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model

Theoretical-practical classes, with of theory presentation, followed by examples and exercises resolution.

14. Avaliação

A avaliação de conhecimentos é efetuada por avaliação distribuída com exame final. A avaliação distribuída ao longo do período letivo compreende a realização de dois testes escritos de avaliação distribuída (TE). Os estudantes ficam dispensados do exame final (EF), caso obtenham avaliação positiva na avaliação distribuída.
Para obter avaliação positiva, a classificação mínima em qualquer um dos TE é 8,00 valores, com média simples mínima CTE maior ou igual a 9,50 valores. Em alternativa, a classificação mínima para obter aprovação por EF (CEF) é 9,50 valores. A classificação final mínima para aprovação na FUC (CF) é de 9,50 valores e é obtida por CF = CTE ou CF = CEF.

14. Assessment

The distributed evaluation on the semester comprises two written tests (WT). Students are exempted from the final exam (FE) if they obtain a positive evaluation in the distributed assessment.
For approval, the student must score a minimum of 8.00 v., in each WT and 9.50 v., in the simple average of the tests (CWT). Alternatively, the student must obtain a classification equal to or greater than 9.50 v., to get approval in the FE (CFE). The minimum final classification (FC) in the CU is 9.50 v., and is calculated by: FC = CWT or FC = CFE.

15. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

As aulas do tipo teórico-práticas justificam-se para uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos para maior motivação do aluno e melhor compreensão dos conceitos e resultados. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos. As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

15. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit´s intended learning outcomes

Lectures are central to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, all of which arise as the answer to an applied problem for a greater motivation and a better understanding of the notions and results on the student's part. In-class exercise solving allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems as well as a deepen of the scope of the theory. By their organization, contents, and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

16. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

1. Adams, R., & Essex, C. (2021). Calculus: a complete course (10th ed.). Adison Wesley.
2. Apostol, T. (1994). Calculus (2nd ed.). Editorial Reverté.
3. Boyce, W., DiPrima, R., & Meade, D. (2020). Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno (11ª ed.). Livro Técnico e Científico.
4. McCallum, W., Hughes-Hallett, D., & Gleason, A. (2017). Calculus: Multivariable (7th ed.). John Wiley & Sons.
5. Braun, M. (1993). Differential Equations and their Applications (4th ed.). Springer.
6. Ramos, M. (2011). Curso Elementar de Equações Diferenciais (3ª ed.). Textos de Matemática.

17. Observações

Unidade Curricular Obrigatória

Data de aprovação em CTC: 2025-07-30

Data de aprovação em CP: 2025-07-29