

## **Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)**

### **1 Caracterização da Unidade Curricular.**

#### **1.1 Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Análise Vetorial (AV - 3879)

#### **1.2 Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

#### **1.3 Duração (100 carateres).**

Semestral

#### **1.4 Horas de trabalho (100 carateres).**

162h

#### **1.5 Horas de contacto (100 carateres).**

67,5h; T:45h; TP: 22,5h.

#### **1.6 ECTS (100 carateres).**

6

#### **1.7 Observações (1.000 carateres).**

#### **1.7 Remarks (1.000 carateres).**

### **2 Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Maria Teresa Morais de Paiva Martins e Silva

6h

### **3 Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Nuno David de Jesus Lopes

6h

### **4 Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).**

1. Dominar os conceitos básicos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vectoriais.
2. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas a utilizar.
3. Dominar a representação paramétrica de linhas e superfícies e saber utilizá-la no cálculo de integrais de linha e de superfície.
4. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.
5. Saber formular matematicamente um problema e identificar e implementar as estratégias.
6. Saber aplicar os principais conceitos e técnicas do cálculo diferencial e integral em IRn nos contextos diversos das unidades curriculares da especialidade que a unidade curricular de Análise Vetorial serve.
7. Ter capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

1. To master the concepts of limit, continuity and differentiability of real-valued and vector functions of several variables.
2. To master the calculation of multiple integrals, identifying the geometric representation of the domain and recognizing the appropriate coordinate system
3. To master the parameterization of curves and surfaces and to apply it in the calculation of line and surface integrals.
4. To develop spatial visualization and deductive reasoning skills in the analysis and solution of applied problems.
5. To be able to formulate a mathematical problem and to identify and implement the appropriate strategies and tools to its analytical and/or computational solution.
6. To be able to apply the key concepts and techniques of differential and integral calculus in  $\mathbb{R}^n$  in the context of the various engineering-related courses of the program. To have the capacity of analysis, algebra and deductive reasoning skills.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 caracteres).**

1. Noções Topológicas em  $\mathbb{R}^n$ . Campos escalares e vectoriais. Domínio, conjunto de nível e gráfico; Limite e continuidade.
2. Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$ : Derivada segundo um vector. Derivadas parciais; vector gradiente. Diferenciabilidade. Plano tangente. Derivada como aplicação linear. Derivada da função composta. Derivadas parciais de ordem superior; teorema de Schwarz; funções de classe  $C_k$ . Operadores diferenciais: gradiente, divergência, rotacional. Teorema da função implícita. Fórmula de Taylor para campos escalares; extremos livres. Aplicações.
3. Cálculo Integral em  $\mathbb{R}^n$ : Integrais duplos e triplos: teorema de Fubini; teorema da média; mudança de variáveis. Integrais de linha: parametrizações; integral de linha de campos escalares e vectoriais. Trabalho; campos conservativos; função potencial. Teorema de Green. Integrais de superfície: parametrizações; integral de superfície de campos escalares e vectoriais. Fluxo; teorema da divergência; teorema de Stokes. Aplicações.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Topological notions in  $\mathbb{R}^n$ . Scalar and vector fields. Domain, level sets, and graph. Limits and continuity.
2. Differential Calculus in  $\mathbb{R}^n$ : directional derivative; partial derivative; differentiability of scalar fields; tangent plane; the derivative as a linear map (gradient vector/Jacobian matrix); chain rule; higher order partial derivatives, Schwarz theorem, class  $C_k$  function. Differential operators: gradient, divergence, and curl. Implicit function theorem. Taylor's formula for scalar fields. Local constraint-free extrema. Applications.  
Integral Calculus in  $\mathbb{R}^n$ : double and triple integrals, Fubini's theorem, mean value theorem; change of variables. Line integrals: parameterization of a line; line integral of scalar and vector fields. Work, conservative fields, and potential. Green's theorem. Surface integrals: parameterization of a surface, integral surface scalar and vector fields. Flow, the divergence theorem, Stokes' theorem. Applications.

## **6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).**

Os objetivos 1 a 4 são cumpridos nos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são ainda amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo (objetivo 7).

Para além das aplicações estudadas em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados traduz-se numa maior motivação e eficácia da aprendizagem, uma vez que permitem:

- transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em  $\mathbb{R}^n$  ser uma ferramenta indispensável no estudo da engenharia;
- praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica (objetivos 5 e 7);

facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos (objetivo 6).

## **6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Goals 1 to 4 are met within the contents of the syllabus, in which the capacity of analysis, algebra and deductive reasoning are widely developed (goal 7).

In addition to the applications studied in each topic, the systematic use of applied, problems and contextualized yields an increase of motivation, efficiency and spectrum of learning, since they enable:

- to convey the fact that differential and integral calculus in  $\mathbb{R}^n$  is an indispensable tool in the study of engineering;
- to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism (goals 5 to 7);

to help students recognize the concepts and techniques studied when they have to use it in their future studies (goal 6).

## **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1000 caracteres).**

Aulas teóricas tendo por base exemplos de aplicação e aulas teórico-práticas nas quais são resolvidos exercícios teórico-práticos, práticos. É dado especial ênfase a problemas que interligam as ferramentas desenvolvidas com conceitos estudados em unidades curriculares da especialidade e são disponibilizadas listas de exercícios para um eficaz acompanhamento e cimentar dos conhecimentos apresentados.

A avaliação de conhecimentos compreende duas vertentes alternativas, avaliação contínua e avaliação por exame.

- A avaliação contínua é composta de dois testes (NT1 e NT2) com as classificações mínimas de 8 valores, durante o período de aulas. A nota final (NF) é calculada pela fórmula

$$NF=(NT1+NT2)*0.5$$

- A avaliação por exame é constituída pela realização de um exame global (NE). A nota final (NF) será calculada por:

$$NF=NE$$

O aluno terá aprovação à unidade curricular se  $NF \geq 9.5$  valores.

### **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Lectures based on applied examples and practical classes in which theoretical- practical, problems are solved. Special emphasis is given to problems connecting the tools developed with concepts which are important in engineering-related courses. Exercises sheets are available for an effective monitoring and strengthen of the knowledge presented.

The assessment comprises two alternative components:

- Continuous assessment consists of two tests (NT1 and NT2) during classes, with the minimum grade of 8 values. The final grade (NF) will be calculated by:

$$NF=0.5*(NT1+NT2)$$

- Assessment by examination, consists on a written examination (NE). The final grade (NF) will be calculated by:

$$NF=NE$$

The student will have approval of the curricular unit if  $NF > 9.5$  values.

### **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As aulas teóricas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

### **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Lectures are essential to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, while in-class solution of exercises allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems.

The available sheets of exercises, by their organization, contents and diversity of difficulty degree, allow students to follow closely all topics of the syllabus and are the main tools regarding individual study. The exercises that constitute them are particularly well-suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

### **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

T. Apostol, "Calculus vol. II, 2nd Edition, John Wiley & Sons Inc., 1969

H. Anton, "Calculus: A New Horizon", 6ª Edição, John Wiley & Sons Inc., 1998.

H. Anton, I. Bivens, S. Davis, "Calculus Multivariable", Wiley-Blackwell, 2008.

A. Azenha, M. A. Jeronimo, "Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^n$ ", McGraw-Hill, 1995.

R. Larson, R. P. Hostetler, B. H. Edwards, "Cálculo", Volume 2, 8ª Edição, McGrawHill, 2006.

J. Marsden, A. Tromba, "Vector Calculus", 6th Edition, W.H. Freeman and Company, 2011.

W. McCallum, D. Hughes-Hallet, et al., "Multivariable Calculus", 5th Edition, International Student Version, John Wiley & Sons, 2010.