

## Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

- 1.1. **Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**  
Análise Matemática II / Mathematical Analysis II (AM2)
- 1.2. **Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**  
MAT
- 1.3. **Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**  
semestral
- 1.4. **Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**  
160
- 1.5. **Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**  
T - 45 TP - 45
- 1.6. **ECTS (100 carateres).**  
6
- 1.7. **Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**
- 1.7. **Remarks (1.000 carateres).**

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (*preencher o nome completo*) (1.000 carateres).

Nuno David de Jesus Lopes (90h)

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

Bruno Miguel Almeida Martins Pereira (180h)  
Maria Isabel Esteves Coelho (90h)

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

1. Reconhecer os conceitos estudados como generalizações das noções abordadas anteriormente no estudo das funções reais de variável real.
2. Dominar os conceitos básicos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vetoriais, e as suas aplicações, nomeadamente, a determinação de extremos.
3. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas ideais a utilizar.
4. Dominar a representação paramétrica de linhas e superfícies, e saber utilizá-la no cálculo de integrais de linha e de superfície, e respetivas aplicações, nomeadamente comprimento de linhas, área de superfícies, fluxo de campos vetoriais e trabalho de forças.
5. Dominar as noções de continuidade e diferenciabilidade de uma função de variável complexa, bem como o cálculo de integrais de funções de variável complexa.
6. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.
7. Saber formular matematicamente um problema e implementar as estratégias e ferramentas adequadas à sua resolução analítica.
8. Saber aplicar os principais conceitos e técnicas do cálculo diferencial e integral em  $\mathbb{R}^n$  nos contextos diversos das unidades curriculares da especialidade que a unidade curricular de Análise Matemática II serve.
9. Ter capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo.

### 4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000

*characters).*

1. Recognize the studied concepts as generalizations of the notions previously covered in the study of real functions of real variable.
2. To master the basics of limit, continuity and differentiability of scalar and vector fields, as well as their applications, namely, the location and evaluation of extrema.
3. To master the calculation of multiple integrals, identifying the geometric representation of the domain and recognizing which ideal coordinates to use.
4. To master the parametric representation of lines and surfaces and learn to use it in the calculation of line and surface integrals, and their applications such as, length of lines, area of surfaces, flux of vector fields, and work done by forces.
5. To master the notions of continuity and differentiability of a complex variable function, as well as the calculation of integrals of complex variable functions.
6. To use visual and spatial reasoning to analyze situations and solve real problems.
7. To know how to mathematically formulate a problem and implement the strategies and appropriate tools to their analytical resolution.
8. To be able to apply the key concepts and techniques of differential and integral calculus in  $\mathbb{R}^n$  in the context of the several courses served by Mathematical Analysis II.
9. To have skills for calculations, analysis and deductive reasoning.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 caracteres).**

1. Noções topológicas. Domínio, conjunto de nível, limite e continuidade de campos escalares e vectoriais.
2. Cálculo diferencial em  $\mathbb{R}^n$ : Derivadas segundo um vetor e derivadas parciais. Diferenciabilidade. Vetor gradiente. Derivada da função composta. Derivadas de ordem superior; Teorema de Schwarz. Plano tangente ao gráfico de uma função. Extremos.
3. Cálculo Integral em  $\mathbb{R}^n$ : integrais duplos e triplos: Teorema de Fubini; Mudança de variáveis. Parametrizações de linhas; Integral de linha de campos escalares e vectoriais. Campos conservativos; Teorema de Green. Integrais de superfície: Parametrizações de superfícies; integral de superfície de campos escalares e vectoriais. Operadores divergência e rotacional. Teoremas da divergência e de Stokes e respectivas aplicações.
4. Noção de função de variável complexa: limites, continuidade e diferenciabilidade; Teorema de Cauchy-Riemann. Integrais de linha de funções complexas de variável real e de variável complexa. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Série de Laurent. Singularidades removíveis e essenciais. Pólos. Teorema dos resíduos. Aplicações ao cálculo de integrais.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Topological notions. Domain, set level, limit and continuity of scalar and vector fields.
2. Differential calculus in  $\mathbb{R}^n$ : Directional and partial derivatives. Differentiability. Gradient vector. Chain rule. Derivatives of higher order; Schwarz' theorem. Tangent plane. Maximum and minimum values of a scalar field.
3. Integral Calculus in  $\mathbb{R}^n$ ; double and triple integrals: Fubini's theorem; change of variables. Parametrizations of lines; Line integrals of scalar and vector fields. Conservative fields; Green's theorem. Surface integral: Parametrizations of surfaces; Surface integral of scalar and vector fields. Differential operators: gradient, divergence and curl. Divergence or Gauss' theorem and Stokes' theorem and respective applications.
4. Concept of function of complex variable: limits, continuity and differentiability; Cauchy-Riemann theorem. Line integrals of complex functions of a real variable and complex variable. Cauchy's theorem. Cauchy integral formula. Laurent series. Removable and essential singularities. Poles. Residue theorem. Applications to the calculation of integrals.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).**

Os objetivos 1 a 5 são cumpridos nos conteúdos programáticos dos capítulos da unidade curricular, nos quais são amplamente desenvolvidas as capacidades de análise, cálculo e raciocínio dedutivo (objetivo 9).

Para além das aplicações estudadas em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados traduz-se numa maior motivação e eficácia da aprendizagem, uma vez que permitem:

- Transmitir o facto do cálculo diferencial e integral em  $IR^n$  ser uma ferramenta indispensável no estudo da engenharia;
- Praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica (objetivos 6, 7 e 8);
- Facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos (objetivo 8).

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Goal 1 to 4 are accomplished in the syllabus of the course, in which analysis, calculation and deductive reasoning (goal 9) skills are widely developed.

In addition to the applications studied in each chapter, the systematic use of applied and contextualized problems, implies a greater motivation and learning effectiveness, since they allow:

- to learn the fact that the differential and integral calculus in  $IR^n$  is an indispensable tool in engineering;
- to practice the mathematical formulation of problems, their resolution and criticism (goal 5 and 7);
- to facilitate the students recognition of the concepts and techniques studied, when they have to use it in their future studies (goal 6).

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 caracteres).**

Aulas teóricas tendo por base exemplos de aplicação e aulas teórico-práticas nas quais são resolvidos exercícios teórico-práticos e práticos. É dado especial ênfase a problemas que interligam as ferramentas desenvolvidas com conceitos estudados em unidades curriculares da especialidade. São disponibilizadas listas de exercícios para um eficaz acompanhamento e cimentar dos conhecimentos apresentados.

A avaliação da disciplina compreende duas vertentes alternativas, avaliação contínua e avaliação por exame.

- A avaliação contínua é composta por dois testes (**NT1** e **NT2**), com classificações mínimas de 8 valores, durante o período de aulas. A nota final (**NF**) será calculada através da fórmula seguinte.:

$$NF = 0.5*(NT1+NT2).$$

- A avaliação por exame é constituída pela realização de um exame global (**NE**).  
A nota final (**NF**) será calculada por:

$$NF = NE.$$

O aluno terá aprovação à unidade curricular se  $NF \geq 9.5$ .

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Lectures based on application examples and practical classes in which theoretical and practical exercises are solved.

Special emphasis is placed to problems that connect the tools developed in this unit with the concepts studied in other courses. Lists of exercises are offered for an effective monitoring of the study and cementing the knowledge acquired.

The grade method comprises two alternatives, continuous grading and grading by an examination.

- Continuous grading consists of two tests (**NT1** and **NT2**) that occur during the semester, with a minimum grade of 8 values. The final grade (**NF**) will be calculated using the following formula:

$$NF = 0.5*(NT1+NT2).$$

- The grading by examination consists of the completion of a comprehensive exam (**NE**).  
The final grade (**NF**) will be calculated by:

$$NF = NE.$$

The student will be approved if  $NF \geq 9.5$ .

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 caracteres).**

As aulas teóricas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The lectures are essential to a thorough and complete coverage of the topics of the syllabus, which arise as a response to situations and practical problems. The resolution of exercises in the context of the classroom allows to illustrate the practical application of concepts and tools studied, while deepen theoretical knowledge.

The offered lists of exercises, by their organization, content, diversity and degree of difficulty, allow students to monitor, closely, all subjects' topics and are the main instrument of individual study. The exercises of those lists are suitable for the development of the computation capacity and deductive reasoning.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).**

- G. Pires, Cálculo Diferencial e Integral em  $R^n$ , IST Press, 2016, ISBN 978989848160
- H. Anton, Calculus: A New Horizon, 6th Edition, John Wiley & Sons, 1998.
- H. Anton, I. Bivens, S. Davis, Calculus Multivariable, Wiley-Blackwell, 2008.
- A. Azenha, M. A. Jeronimo, Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em  $R$  e  $R^n$ , McGraw-Hill, 1995.
- G. Avila, Variáveis Complexas e Aplicações, Livros Técnicos e Científicos Editora, 3a Edição, 1990.
- R. Larson, R. P. Hostetler, B. H. Edwards, Cálculo, Volume 2, 8a Edição, McGraw-Hill, 2006.
- J. Marsden, A. Tromba, Vector Calculus, 4th Edition, W.H. Freeman and Company, 1996.
- W. McCallum, D. Hughes-Hallet, et al., Multivariable Calculus, 5th Edition, International Student, Version, John Wiley & Sons, 2010.
- J. Stewart, Calculus: early transcendentals, Brooks Cole, 6th Edition, 2007.
- I. Stewart, D. Tall, Complex Analysis, Cambridge University Press, 1983.

---

<sup>1</sup> Anual, semestral, trimestral, ...

<sup>2</sup> Número total de horas de trabalho.

<sup>3</sup> Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

<sup>4</sup> Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.