

## Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Análise Vetorial / Vector Analysis

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP – 90, OT - 5

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

Obrigatória

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

Mandatory

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**  
Bruno Miguel Almeida Martins Pereira (90h)

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).**

1.Reconhecer os conceitos estudados como generalização das noções correspondentes em funções reais de variável real.

2.Compreender os conceitos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vetoriais e as suas aplicações à determinação de direções de maior variação, aproximação de funções e ao cálculo de extremos.

3.Calcular integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas a utilizar.

4.Definir a parametrização de linhas e superfícies e utilizá-la no cálculo de integrais.

5.Conhecer as aplicações do cálculo vetorial integral, em particular as noções de comprimento de uma linha, área de uma superfície, volume de uma região, valor médio, trabalho, fluxo, massa, centro de massa e momentos de inércia.

6.Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.

7.Formular matematicamente um problema, identificar e implementar estratégias adequadas à sua resolução analítica e computacional.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

1.To recognize the concepts studied as the generalization of the corresponding notions for single variable real

functions.

2. To understand the notions of limit, continuity and differentiability of scalar and vector fields and its application to rates of increase, function approximation and extrema.

3. To compute double and triple integrals, identifying the geometric representation of the domain and the appropriate coordinates.

4. To parametrize lines and surfaces and use it to compute line and surface integrals.

5. To know the applications of integration of multivariable functions, namely line length, surface area, volume of a region, average value of a function, work, flux, mass, centre of mass and moments of inertia.

6. To develop spatial visualization and apply it in problem solving.

7. To be able to mathematically formulate a practical problem and to identify and implement the correct analytical and/or computational strategy towards the solution.

#### **5. Conteúdos programáticos (1.000 caracteres).**

1. Funções em  $\mathbb{R}^n$ : Campos escalares e vetoriais. Domínios, conjuntos de nível e gráficos. Limites e continuidade.

2. Cálculo diferencial em  $\mathbb{R}^n$ : Derivadas parciais, plano tangente, diferenciabilidade de campos escalares. Vetor gradiente e derivadas direcionais. Derivadas parciais de ordem superior, teorema de Schwarz e fórmula de Taylor. Extremos livres e condicionados. Derivada como aplicação linear, matriz jacobiana. Derivada da função composta, teorema da função implícita e teorema da função inversa. Operadores diferenciais: gradiente, divergência, rotacional. Aplicações.

3. Cálculo Integral em  $\mathbb{R}^n$ : Integrais duplos e triplos: Teorema de Fubini e teorema da média; mudanças de variáveis. Integrais de linha de campos escalares e vetoriais: Parametrizações, trabalho, campos conservativos e função potencial; teorema de Green. Integrais de superfície de campos escalares e vetoriais: Parametrizações, fluxo, teoremas de Gauss e de Stokes. Aplicações.

#### **5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Multivariable functions: Scalar and vector fields. Domain, contour lines and surfaces, graph. Limits and continuity.

2. Differential Calculus in  $\mathbb{R}^n$ : Partial derivatives, tangent plane, differentiation of scalar fields. Gradient vector and directional derivatives. Higher order partial derivatives, Schwarz Theorem and Taylor's formula. Unconstraint and constraint extrema. The derivative as a linear map, Jacobian matrix. Chain rule, implicit function theorem and inverse function theorem. Differential operators: gradient, divergence, and curl. Applications.

3. Integral Calculus in  $\mathbb{R}^n$ : Double and triple integrals: Fubini's theorem, mean value theorem; substitution of variables. Line integrals: Parametrization of a line; work, conservative fields, and potential. Green's Theorem. Surface integrals: Parametrization of a surface; flow, Gauss and Stokes' theorems. Applications.

#### **6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).**

Os objetivos 1, 6 e 7 são transversais a todos os conteúdos programáticos, sendo que os dois últimos são

especialmente trabalhados através das diversas aplicações estudadas.

O objetivo 2 é cumprido nos pontos 1 e 2 do programa, enquanto que o capítulo 3 do programa cobre os objetivos 3, 4 e 5.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Goals 1, 6 and 7 are common to every chapter of the syllabus, with 6 and 7 being particularly met on account of the several applications studied.

Goal 2 is achieved through chapters 1 and 2, while chapter 3 covers all of goals 3, 4 and 5.

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Ensino teórico prático, estando previstas cerca de 90h de contacto. O tempo total de trabalho do estudante é de 162h. Aulas teórico-práticas para apresentação e fundamentação da teoria, a par de exemplos de aplicação e resolução exercícios. Pontualmente, aulas dedicadas à resolução de exercícios de aplicação direta e ao estudo de problemas. Trabalhos práticos a serem resolvidos individualmente ou em grupo, em aula ou extra aula, nos quais é dado especial ênfase a problemas aplicados. Estudo individual complementado com a bibliografia e a resolução dos exercícios e problemas indicados.

A avaliação de conhecimentos compreende dois elementos: a média das classificações obtidas nos trabalhos práticos (NP) e uma prova teórico-prática global (NT), a qual pode ser realizada em período de aulas ou de exame.

A nota final do aluno (NF) é dada pela fórmula:

$$NF=0.75NT+0.25NP.$$

Para obter aprovação na unidade curricular o aluno deve obter uma nota mínima de 8 valores em NT e de 9.5 valores em NF.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Theoretical and practical teaching, in an estimated 90 contact hours. The student work total time is 162 hours. Classes consisting of the presentation and justification of the theory along with applied examples and exercise solving. Some classes consisting of exercise solving and problems study. Practical assignments to be handed in either individually or in group and which can be solved in-class or extra-class, consisting primarily of applied problems. Individual study to be complemented with the bibliography and the solving of the exercises and problems indicated.

Assessment comprises two elements: the average of the marks obtained in the practical assignments (NP) and a comprehensive theoretical and practical exam (NT), which can be taken either during classes or during the examination period. The final grade of the student (NF) will be obtained by the formula

$$NF = 0.75NT + 0.25NP.$$

For approval in the course the student must score a minimum of 8.0 in NT and of 9.5 in NF.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As aulas do tipo teórico-práticas justificam-se para uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos para maior motivação do aluno e melhor compreensão dos conceitos e resultados. A resolução de exercícios em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

As listas de exercícios disponibilizadas, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que as constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades de cálculo e raciocínio dedutivo.

Os trabalhos práticos vão de encontro à necessidade de incentivar o aluno a acompanhar o desenrolar da matéria e a avaliar o sucesso da sua aprendizagem. O tipo de problemas, aplicado e menos direto, induzem o aluno a questionar e aprofundar os seus conhecimentos, ao mesmo tempo que lhe incute maior capacidade de trabalho e independência e o leva a desenvolver das suas capacidades de análise, reflexão e crítica.

Com o recurso sistemático a problemas aplicados e contextualizados, estudados com o auxílio de software matemático, pretende-se um maior motivação, eficácia e espetro da aprendizagem, pois possibilitam: transmitir o facto de o cálculo diferencial e integral em  $\mathbb{R}^n$  ser uma ferramenta indispensável à resolução de problemas em muitas áreas; praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica; permitir uma experiência computacional direta na formalização e resolução de problemas; facilitar aos alunos o reconhecimento dos conceitos e técnicas estudados quando a estes têm que recorrer no seguimento dos seus estudos.

Além disso, a dinâmica de grupo, na componente de debate e entreaajuda, potencia a obtenção de melhores resultados do que aqueles que, por si só, o estudo individual consegue. Pontualmente, são realizados controlos aos trabalhos entregues de modo a incentivar as suas corretas resoluções.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Lectures are central to a correct and comprehensive coverage of all topics of the syllabus, all of which arise as the answer to an applied problem for a greater motivation and a better understanding of the notions and results on the student's part. In-class exercise solving allows for a successful application of the theoretical knowledge to practical problems as well as a deepen of the scope of the theory.

By their organization, contents and diversity in the degree of difficulty, the exercise sheets allow students to closely monitor all topics of the syllabus and are the main tool regarding individual study. The exercises that constitute them are suited for the development of algebra skills and deductive reasoning.

Practical assignments lead students to closely follows classes and allow them to monitor their learning. Consisting of less straightforward problems, they lead students to question and deepen their knowledge while acquiring working and independence skills as well as a stronger development of their analysis, reflection and criticism skills.

The systematic use of applied and real life problems, studied with the aid of mathematical software, aims at increasing motivation, efficiency and spectrum of learning, by enabling: to convey the fact that the differential and integral calculus in  $\mathbb{R}^n$  is an indispensable tool in many different areas; to practice the mathematical formulation of problems, their solution and criticism; to enable computational experiences in direct mathematical formalization of problems and their solution; to help students to recognize the concepts and techniques studied when they are met in the course of their studies.

Moreover, group dynamics encourages debate and support between students during lectures, leading to better results than those achieved by individual study alone. Occasional control is made on the reports handed in.

## 9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).

1. McCallum, W., Hughes-Hallet, D., et al., "Multivariable Calculus", John Wiley & Sons, 2010.
2. Marsden, J., Tromba, A., "Vector Calculus", W.H. Freeman and Company, 1996.
3. Stewart, J., "Calculus: early transcendentals", Brooks Cole, 2007.
4. Anton, H., "Calculus: A New Horizon", John Wiley & Sons Inc., 1998.
5. Anton, H., Bivens, I., Davis, S., "Calculus Multivariable", Wiley-Blackwell, 2008.
6. Larson, R., Hostetler, R., Edwards, B., "Cálculo", McGraw-Hill, 2006.
7. A. Azenha, M. A. Jerónimo, "Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^n$ ", McGraw-Hill, 1995.8.
- Matthews, P.C., "Vector Calculus", Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer, 1998.

---

<sup>1</sup> Anual, semestral, trimestral, ...

<sup>2</sup> Número total de horas de trabalho.

<sup>3</sup> Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

<sup>4</sup> Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.