

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

- 1.1. **Designação da unidade curricular** (1.000 carateres).
Análise Complexa/ Complex Analysis
- 1.2. **Sigla da área científica em que se insere** (100 carateres).
MAT
- 1.3. **Duração**¹ (100 carateres).
Semestral
- 1.4. **Horas de trabalho**² (100 carateres).
162h
- 1.5. **Horas de contacto**³ (100 carateres).
67.5, TP; 5, OT
- 1.6. **ECTS** (100 carateres).
6
- 1.7. **Observações**⁴ (1.000 carateres).
Optativa
Funcionará no 4º e 6º semestres do plano curricular da LMATE
- 1.7. **Remarks** (1.000 carateres).
Optional
It will work in the 4th and 6th semesters of the LMATE curriculum

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres). Bruno Miguel Almeida Martins Pereira, 67.5h

3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá possuir a capacidade de:

1. Conhecer e compreender as noções de continuidade e diferenciabilidade de funções de variável complexa.
2. Conhecer e compreender conceitos e teoremas fundamentais para o cálculo de integrais de funções de variável complexa.
3. Calcular integrais de funções de variável complexa usando o Teorema de Cauchy e o Teorema dos Resíduos, e aplicá-los ao cálculo de integrais trigonométricos, impróprios e associados a Transformações Integrais.
4. Resolver problemas de equações diferenciais ordinárias e parciais e teoria de números, com base nos conceitos adquiridos.

4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

After being approved in the course, the student should have the ability to:

1. Know and understand the continuity and differentiability concepts of functions of a complex variable.
2. Identify and understand concepts and fundamental theorems to compute integrals of functions of a complex variable.
3. Use the Cauchy Integral Theorem and the Residue Theorem to compute the integrals of functions of complex variable in a subset of the complex plane.
4. Solve ordinary and partial differential equations, and problems in number theory, using complex analysis.

5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

1. Álgebra dos números complexos e topologia no plano complexo
 - 1.1. Aritmética dos números complexos
 - 1.2. Representação geométrica dos números complexos
 - 1.3. Noções topológicas no plano complexo
2. Funções de variável complexa
 - 2.1. Representação geométrica de funções de variável complexa
 - 2.2. Funções polinomiais, funções racionais, função exponencial, funções trigonométricas, logaritmos e potências de expoente complexo
 - 2.3. Limites e continuidade de funções de variável complexa
 - 2.4. Funções diferenciáveis e funções holomorfas: equações de Cauchy-Riemann
 - 2.5. Transformações conformes e o Teorema de Riemann
 - 2.6. Aplicações: cálculo de soluções complexas de equações diferenciais ordinárias, circuitos elétricos, relação entre campos vectoriais reais e funções de variável complexa, campos conservativos e funções potenciais
3. Funções analíticas e funções meromorfas
 - 3.1. Sucessões e séries de números e funções complexas
 - 3.2. Definição e propriedades das funções analíticas. Teorema de Taylor
 - 3.3. Propriedades locais das funções analíticas: zeros, pólos e Princípio do Módulo Máximo
 - 3.4. Séries de Laurent e singularidades isoladas
 - 3.5. Funções meromorfas
 - 3.6. Transformações de Möbius
 - 3.7. Teorema de Casorati-Weierstrass
 - 3.8. Funções Harmónicas
 - 3.9. Aplicações: teoria de controlo, equação de Laplace, linhas de corrente, problemas de transferência de calor
4. Integração no plano complexo
 - 4.1. Definição do integral no plano complexo e integral de linha no plano complexo
 - 4.2. Teorema de Cauchy local
 - 4.3. Índice de caminho fechado e homotopia de caminhos
 - 4.4. Teorema de Cauchy global e fórmula integral de Cauchy
 - 4.5. Definição de resíduo de uma função num pólo e Teorema dos Resíduos
 - 4.6. Fórmula de Parseval e Teorema de Liouville
 - 4.7. Aplicações: cálculo de integrais de funções racionais, Transformadas de Laplace e de Fourier, estudo de núcleos de Transformações Integrais

5. Syllabus (1.000 characters).

1. Algebra of complex numbers and topology in the complex plane
 - 1.1. Basic algebra of complex numbers
 - 1.2. Geometric representation of complex numbers
 - 1.3. Topology in the complex plane
2. Functions of complex variable
 - 2.1. Geometric representation of functions of complex variable
 - 2.2. Polynomial functions, rational functions, exponential function, trigonometric functions, logarithms and power functions with complex exponent
 - 2.3. Limits and continuity of functions of complex variable
 - 2.4. Differential and holomorphic functions: Cauchy-Riemann equations
 - 2.5. Conformal mappings and Riemann theorem
 - 2.6. Applications: complex solutions of ordinary differential equations, electrical circuits, heat flow problems
3. Analytic and meromorphic functions
 - 3.1. Sequences and infinite series of complex numbers and functions of complex variables
 - 3.2. Definition and properties of analytic functions. Taylor's theorem.
 - 3.3. Local properties of analytic functions: zeros, poles e Maximum principle
 - 3.4. Laurent series and isolated singular points
 - 3.5. Meromorphic functions
 - 3.6. Möbius transformations
 - 3.7. Casorati-Weierstrass theorem

- 3.8. Harmonic functions
- 3.9. Applications to control theory and solving Laplace equation
- 4. Integração no plano complexo
 - 4.1. Integral on the complex plane
 - 4.2. The local Cauchy's theorem
 - 4.3. The index of a point with respect to a closed curve and homotopic paths
 - 4.4. Global Cauchy's theorem and Cauchy's integral formula Cauchy
 - 4.5. Residue of a function in a pole and Residue theorem
 - 4.6. Parseval's formula and Liouville's theorem
 - 4.7. Applications: integrals of rational functions, Laplace Transforms, Fourier Transforms and kernels of Integral transforms

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:

- Os pontos 1 e 2 dos conteúdos programáticos pretende introduzir metodologias necessárias à concretização de todos os objectivos.
- Os pontos 3 e 4 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar os pontos 2 e 3 dos objectivos.
- O ponto 5 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 4 dos objectivos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The contents of the syllabus are consistent with the learning outcomes of the course, given that:

- Points 1 and 2 of the syllabus intend to introduce methodologies necessary to achieve all the learning outcomes.
- Points 3 and 4 of the syllabus aim to achieve points 2 and 3 of the learning outcomes.
- Point 5 of the syllabus intend to achieve the point 4 of the learning outcomes.

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 caracteres).

As aulas são teórico-práticas. A componente teórica deverá ser apresentada como um conjunto de ferramentas de análise necessárias à resolução de problemas, que sejam motivadores da aprendizagem das técnicas. A componente prática assenta na resolução de problemas com interesse matemático ou físico. A resolução problemas aos diversos conteúdos é coadjuvada computacionalmente usando um software livre (preferencialmente a linguagem Phyton). São disponibilizados aos alunos elementos de apoio aos conteúdos programáticos.

A avaliação de conhecimentos compreende duas componentes, uma teórica e outra prática. A componente teórica é constituída por um exame (nota mínima de 9.5 valores), com ponderação de 75% na nota final. A componente prática é constituída por fichas de exercícios, com ponderação de 25% na nota final.

A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula $NF=0.75NT+0.25NP$, onde NT representa a nota da componente teórica e NP a nota da componente prática. Para ser aprovado, o aluno terá que obter uma nota mínima de 9.5 valores em NF.

7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

The classes are theoretical-practical. The theoretical component should be presented as a set of analytical tools needed to solve problems, which are motivating the learning. The practical component is based on the resolutions of important Mathematical and Physical problems. Elements of support to the syllabus are made available to the students.

The knowledge assessment comprises two components, a theoretical one and a practical one. The theoretical component consists of a final exam (at least 9.5 values), with 75% weighting on final grade.. The practical component consists of solving worksheets with 25% weighting on final grade.

The final grade, NF, will be obtained by the formula $NF=0.75NT+0.25NP$, where NT represents the grade of theoretical component and NP the grade of the practice component. To be approved, the student must obtain a minimum score of 9.5 in NF.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 caracteres).

As metodologias de ensino estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, dado que a metodologia utilizada para apresentar a teoria possibilita atingir todos os objetivos da unidade curricular. A exemplificação com problemas permite perceber como aplicar a matéria. A metodologia utilizada pretende fornecer

conhecimentos para formalizar um problema, escolher as ferramentas adequadas a aplicar e proceder à sua correta aplicação.

Os métodos de avaliação permitem averiguar se o aluno adquiriu conhecimentos suficientes para atingir os objetivos propostos na unidade curricular.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

The teaching methodologies are in line with the objectives of the curricular unit, given that the methodology used to present the theory makes it possible to achieve all the objectives of the curricular unit. Exemplification with problems allows us to understand how to apply matter. The methodology used aims to provide knowledge to formalize a problem, choose the appropriate tools to apply and proceed to its correct application.

The evaluation methods allow to verify if the student has acquired enough knowledge to reach the objectives proposed in the curricular unit.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).

1. AHLFORS, L.V., Complex Analysis, An Introduction to the Theory of Analytic Functions of One Complex Variable, 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1978.
2. CONWAY, J.B., Functions of One Complex Variable, vol. I, 1978; 2nd edition, vol. II, 1995; Springer-Verlag, New York.
3. LANG, S., Complex analysis, vol. 103 of Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 4th ed, 1999.
4. RUDIN, W., Real and complex analysis. McGraw-Hill Book Co., New York, 3rd ed, 1987.
5. ZILL, D. and Shanahan, P., A first course in complex analysis with applications, Jones & Bartlett Learning, 3rd edition, 2013.

¹ Anual, semestral, trimestral, ...

² Número total de horas de trabalho.

³ Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

⁴ Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.