

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

- 1.1. **Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**
Geometria e Aplicações / Geometry and Applications
- 1.2. **Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**
MAT
- 1.3. **Duração¹ (100 carateres).**
Semestral
- 1.4. **Horas de trabalho² (100 carateres).**
162 h
- 1.5. **Horas de contacto³ (100 carateres).**
67,5TP; 5OT
- 1.6. **ECTS (100 carateres).**
6
- 1.7. **Observações⁴ (1.000 carateres).**
Optativa
- 1.7. **Remarks (1.000 carateres).**
Optional

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (*preencher o nome completo*) (1.000 carateres).

Lucía Fernández Suárez (67.5h)

3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Articular conhecimentos de cálculo, álgebra linear e geometria na resolução de problemas geométricos aplicados.
2. Classificar as transformações geométricas no plano e no espaço tridimensional, identificar as suas principais características e escolher as técnicas de representação mais adequadas.
3. Descrever as curvas e superfícies mais usadas em modelação.
4. Aplicar técnicas de geometria euclidiana e diferencial em distintos contextos de ciência e engenharia.

4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

Students who successfully complete this course unit should be able to:

1. Assemble insights of calculus, linear algebra and geometry in the resolution of applied geometric problems.
2. Classify geometric transformations in the plane and in three-dimensional space, identify their main properties and choose the most appropriate representation techniques.
3. Describe the most commonly used curves and surfaces in modelling.
4. Apply Euclidean and differential geometry techniques in different sciences and engineering contexts.

5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

- I. Espaços afins e euclidianos, referenciais, coordenadas usuais e coordenadas homogéneas, mudanças de referencial. Baricentros e coordenadas baricêntricas. Aplicações em computação gráfica.
- II. Transformações afins e euclidianas: propriedades e representações matriciais. As isometrias e semelhanças

no plano e no espaço. Ângulos de Euler. Quaterniões e rotações. Aplicações em computação gráfica e robótica.

- III. Curvas no plano e no espaço: curvas parametrizadas, triedro de Frenet-Serret, curvatura e torção, curvas de Bézier (construção de De Casteljau), splines.
- IV. Superfícies: parametrizações e equações implícitas. Plano tangente e normal. Superfícies de Bézier. Superfícies spline.
- V. Introdução à geometria esférica: geodésicas, triângulos na esfera, projeção estereográfica. Aplicações em cartografia.

5. Syllabus (1.000 characters).

- I. Affine and Euclidean spaces, referencial frames, world coordinates and homogeneous coordinates, change of frames. Barycenters and barycentric coordinates. Applications in computer graphics.
- II. Affine and Euclidean transformations: matricial properties and representations. Isometries and similarities in the plane and in space. Euler angles. Quaternions and rotations. Applications in computer graphics and robotics.
- III. Planar and tridimensional curves: parameterized curves, Frenet-Serret frame, curvature and torsion, Bézier curves (De Casteljau construction), splines.
- IV. Surfaces: parameterizations and implicit equations. Tangent and normal plane. Bézier surfaces. Surface spline.
- V. Introduction to spherical geometry: geodesics, spherical triangles, stereographic projection. Applications in cartography.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).

A geometria euclidiana e a geometria diferencial possuem inúmeras aplicações em ciências e engenharia, nomeadamente, nas áreas de modelação, computação gráfica, cinemática, robótica e cartografia. Esta unidade curricular visa dotar os estudantes da compreensão das técnicas geométricas básicas necessárias nessas áreas e, também, em áreas de matemática fundamental mais avançadas.

Os conteúdos programáticos incluídos (I a V) requerem a interligação de ferramentas de álgebra linear e cálculo já conhecidas pelo aluno e permitir-lhe-ão atingir o objetivo de aprendizagem 1. Os objetivos de aprendizagem 2 e 3 são consequência dos conteúdos programáticos incluídos nos pontos II (objetivo 2), III e IV (objetivo 3). Finalmente, o objetivo 4 é um objetivo transversal, que será atingindo através dos exemplos e aplicações apresentados nos conteúdos programáticos I a V.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

Euclidean Geometry and Differential geometry have numerous applications in science and engineering, namely in the areas of computer graphics, kinematics, modelling, robotics and cartography. This curricular unit aims to provide students with the understanding of the basic geometric techniques necessary in these areas and also in more advanced areas of fundamental mathematics. The sections I to V of the syllabus require the interconnection of linear algebra and calculus tools and will allow students to achieve the learning outcome 1. Learning outcomes 2 and 3 are a consequence of the syllabus sections II (learning outcome 2), III and IV (learning outcome 3). Finally, learning outcome 4 is a cross-cutting goal, which will be achieved through the examples and applications presented in the syllabus sections I to V.

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1000 caracteres).

Ensino teórico-prático, estando previstas 67,5h de contacto.

A avaliação dos objetivos de aprendizagem (1) a (4) pode ser realizada através de avaliação contínua ou de avaliação sumativa (exames finais).

A avaliação contínua compreende três elementos: a média das classificações obtidas em trabalhos a realizar periodicamente (NQ), um projeto final em grupo (NP) e uma prova teórico-prático global (NT). A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula: $NF = 0,6NT + 0,2NP + 0,2NQ$.

Para obter aprovação na U.C. o aluno deve obter uma nota mínima de 10 valores em NT, NP e NF.

Avaliação sumativa: A avaliação sumativa é constituída pelo exame final. O aluno deve obter uma classificação igual ou superior a 10 valores para obter aprovação na disciplina.

7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Teaching methodologies include 67,5h contact hours of lectures, examples and exercises.

The learning outcomes (1) to (4) can be evaluated either under a system of continuous assessment or by final exams (at the end of the semester).

Continuous assessment will have three components. The first is the average grade (NQ) obtained in periodical quizzes, the second a group project (NP) and the third is the grade in a final exam (NT). The student's final grade, NF, will be computed via the formula $NF=0.6NT+0.2NQ+0.2NP$.

In order to pass this course, the student should obtain a minimum grade of 10 in both NT, NP and NF.

Final exams: The student must obtain a grade of at least 10 points (out of 20) in a final exam.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

Nas aulas teórico-práticas são expostos os conteúdos programáticos e são fornecidas listas de exercícios diversificados e com diferentes graus de dificuldade que permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria (objetivos de 1 a 4).

A avaliação é dividida em três elementos: um teste final teórico-prático (avalia o cumprimento dos objetivos de 1 a 4), o projeto de grupo (avalia o cumprimento dos objetivos de 1 e 4) e os trabalhos periódicos (para permitir ao aluno auto-avaliar a sua compreensão da matéria lecionada e desenvolver capacidades de análise e pensamento crítico).

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

The lecture/recitations present the theory and illustrate the solution of diverse types of problems with varying degree of difficulty. This combination will help the student follow the material presented in class (achievement of learning outcomes 1 through 4).

The assessment will have three components: a final exam (assessing the achievement of learning outcomes 1 through 4), a group project (assessing the achievement of learning outcomes 1 and 4) and the periodical quizzes (to help the student follow the material presented in class and develop their analytical and critical thinking skills.)

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

1. M. Do Carmo, "Geometria diferencial de curvas e superfícies", Sociedade Brasileira de Matemática (2010).
2. J. Gallier, "Geometric Methods and Applications for Computer Sciences and Engineering", Springer (2011), disponível on line em: <https://www.cis.upenn.edu/~jean/tabcont-v2.pdf>.
3. G. Farin, "Curves and Surfaces for CAGD, A Practical Guide", Morgan-Kaufmann (2002).
4. D.W. Henderson, "Differential Geometry, A Geometric Introduction", Cornell University (2014), disponível on-line em: <https://pi.math.cornell.edu/~henderson/books/dg.html> e na Biblioteca do ISEL (HEN.514).
5. F. Holweck, J.N. Martin, "Géométries pour l'ingénieur", Ellipses Édition, (2013).
6. W. Meyer, "Geometry and Its Applications", Elsevier (2005).
7. J. Oprea, "Differential Geometry and Its Applications", MAA (2007), disponível na Biblioteca do ISEL(OPR.514.7).

¹ Anual, semestral, trimestral, ...

² Número total de horas de trabalho.

³ Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

⁴ Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.