

## Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

- 1.1. **Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**  
Métodos para Equações Diferenciais Parciais / Methods for Partial Differential Equations
- 1.2. **Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**  
MAT
- 1.3. **Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**  
Semestral
- 1.4. **Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**  
162
- 1.5. **Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**  
TP – 90, OT - 5
- 1.6. **ECTS (100 carateres).**  
6
- 1.7. **Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**  
Obrigatória
- 1.7. **Remarks (1.000 carateres).**  
Mandatory

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (*preencher o nome completo*) (1.000 carateres). Luís Manuel Ferreira da Silva - 48h

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres). Sérgio Paulo Fino de Sousa Lopes - 42h

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

1. Analisar fenómenos periódicos, usando séries de Fourier, e estender os conceitos desenvolvidos a fenómenos não periódicos, através do método de Fourier e da transformada de Fourier.
2. Identificar e resolver equações diferenciais parciais de tipo hiperbólico, parabólico e elíptico.
3. Modelar problemas de aplicação apropriados aos temas abordados e resolver os problemas de valores iniciais e de valores na fronteira associados.
4. Compreender os aspetos teóricos fundamentais nos quais os métodos numéricos se baseiam.
5. Identificar e aplicar métodos numéricos adequados, bem como conhecer as principais vantagens e desvantagens dos mesmos.
6. Implementar computacionalmente os diferentes métodos recorrendo a *software* livre.
7. Demonstrar capacidade analítica e crítica na resolução de problemas em diferentes domínios de aplicação, não só por aplicação direta dos métodos analíticos e numéricos estudados como por adaptação dos mesmos a novas situações.

### 4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

1. To analyse periodic phenomena, using Fourier series, and extend the developed concepts to non-periodic phenomena, using the Fourier method and the Fourier transform.
2. To identify and solve partial differential equations of hyperbolic, parabolic and elliptic type.
3. To model applied problems appropriate to the covered topics and to solve the associated initial value and boundary value problems.

4. To understand the fundamental theoretical aspects on which the numerical methods rely.
5. To identify and apply the most suitable numerical methods and to know their main advantages and disadvantages.
6. To implement the different methods using open source software.
7. To demonstrate critical thinking and analytical capability while addressing problems in different domains of application, not only by direct application of the studied analytical and numerical methods, but also by adapting them to new situations.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 caracteres).**

1. Série de Fourier, fórmulas de Euler. Prolongamentos pares e ímpares.
2. Forma complexa das séries de Fourier. Problemas de oscilações.
3. Aproximação por polinómios trigonométricos. Erro quadrático.
4. Integral e transformada de Fourier.
5. Equações diferenciais parciais (EDPs): conceitos básicos.
6. Equação 1D das ondas. Método de separação de variáveis. Solução de D'Alembert.
7. Fluxo de calor. Soluções 1D dependentes do tempo. Condições de fronteira de Dirichlet, Neumann e não homogéneas. Soluções 2D no estado estacionário. Equação de Laplace.
8. Transformada de Fourier aplicada: fluxo de calor numa barra infinita e vibrações numa corda infinita.
9. Diferenças finitas para as equações 1D do calor e das ondas.
10. Método dos elementos finitos para problemas 2D de valor na fronteira.
11. Formulação fraca. Aproximações de Galerkin.
12. Interpolação e aproximação via elementos finitos.
13. Interpretação da solução aproximada. Precisão da aproximação.
14. Extensão a problemas de evolução.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Fourier series, Euler formulas. Even and odd prolongations.
2. Complex form of Fourier series. Problems of forced oscillations.
3. Trigonometric polynomial approximation. Quadratic error.
4. Integrals and Fourier transforms.
5. Partial differential equations (PDEs): basic concepts.
6. 1D wave equation. Separation of variables method. D'Alembert solution.
7. Heat flux. 1D time-dependent solutions. Dirichlet, Neumann and non-homogeneous boundary conditions. 2D steady state solutions, Laplace's equation.
8. Applied Fourier Transform: Heat flow in an infinite bar and vibrations in an infinite string.
9. Finite differences for the 1D heat and wave equations.
10. Finite element method for 2D boundary-value problems.
11. Weak formulation. Galerkin approximations.
12. Finite element interpolation and approximation.
13. Interpretation of the approximate solution. Accuracy of finite element approximations.
14. Extension to time-dependent problems.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).**

O objetivo 1 é concretizado com o estudo dos itens 1 a 4 dos conteúdos programáticos, os quais desenvolvem a teoria fundamental da Análise de Fourier, permitindo concretizar desde logo as aplicações desta teoria à resolução de EDPs.

Nos itens 5 a 8, aplicam-se os conhecimentos adquiridos nos itens anteriores, através da resolução de alguns problemas aplicados de EDPs, alcançando-se os objetivos 2 e 3 da unidade curricular.

Os pontos 4 a 7 dos objetivos estão em direta consonância com os pontos 9 a 14 dos conteúdos programáticos. O ponto 7 dos objetivos, mais particularmente, é cumprido através da prática da formulação matemática de problemas com diferentes proveniências e respetiva resolução analítica ou numérica, bem como a análise dos resultados obtidos, estimulada ao longo da exposição de conteúdos.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Goal 1 is achieved with the study of items 1 to 4 of the course contents, which develop the fundamental theory of Fourier Analysis, allowing the implementation of applications of this theory to solve PDEs.

In items 5 to 8, the knowledge acquired in the previous items is applied through the resolution of some applied problems of Fourier Analysis, achieving the objectives 2 and 3 of the course unit.

Items 4 to 7 of the learning outcomes are in straight accordance with items 9 to 14 of the syllabus. Item 7 of the learning outcomes, in particular, is fulfilled through the practice of mathematically formulating problems with different provenances and their analytical or numerical solution, as well as the analysis of the obtained results, stimulated along the syllabus exposition.

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Com recurso ao método teórico-prático, as ferramentas teóricas, devidamente fundamentadas, são motivadas e concretizadas nas aplicações descritas para cada tópico. Listas de exercícios selecionados para as aulas e para trabalho autónomo proporcionam a necessária consolidação dos conhecimentos.

A avaliação é composta por um trabalho prático computacional obrigatório (NP) e um exame final (NE). A nota final (NF) é dada por  $NF = 0.7*NE + 0.3*NP$ . A aprovação na unidade curricular implica uma classificação final maior ou igual a 9.5 valores, tanto para NF como para NE.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Classes combine the theoretical exposition of the syllabus with the applications of each topic, both as a source of motivation and to lay out its use in problem solving. Sheets of selected exercises, including class and individual work, provide the required knowledge consolidation.

The assessment is comprised of a mandatory computational assignment (NP) and of a final exam (NE). The final grade (NF) is given by  $NF = 0.7*NE + 0.3*NP$ . Approval in the curricular unit entails a final grade of at least 9.5 points, for both NE and NF.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

O desenvolvimento da teoria em conjunto com a sua concretização em aplicações práticas, nas aulas, e a realização dos trabalhos ao longo do semestre e do desenvolvimento do projeto, por parte do aluno, asseguram que o estudante amplie os seus conhecimentos nos tópicos descritos com ênfase na resolução de problemas.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The development of the theory in parallel with its application, in class, along with the solution of the practical tasks and the development of the project, ensures that the students learn the intended topics with an emphasis in problem solving.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1. Figueiredo, D., "*Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais*", Projeto Euclides, 1997.
2. Haberman, R., "*Applied Partial Differential Equations: with Fourier Series and Boundary Value Problems*", 4th edition, 2004.
3. Boyce, W., DiPrima, R., "*Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno*", 7ª edição, Livros Técnicos e Científicos, Editora, 2002.
4. John, F., "*Partial Differential Equations*", Springer Verlag, New York, 1982.

5. Thomas, J. W., *"Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods"*, Springer-Verlag, 1995.
6. Langtangen, H.P., Mardal, K.A., *"Introduction to Numerical Methods for Variational Problems"*, Springer, 2019.
7. Zinkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Zhu, J.Z., *"The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals"*, 7th edition, Elsevier, 2013.

---

<sup>1</sup> Anual, semestral, trimestral, ...

<sup>2</sup> Número total de horas de trabalho.

<sup>3</sup> Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

<sup>4</sup> Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.