

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

- 1.1. **Designação da unidade curricular** (1.000 carateres).
Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais /
Numerical Methods for Partial Differential equations
- 1.2. **Sigla da área científica em que se insere** (100 carateres).
MAT
- 1.3. **Duração**¹ (100 carateres).
Semestral
- 1.4. **Horas de trabalho**² (100 carateres).
162
- 1.5. **Horas de contacto**³ (100 carateres).
TP: 67,5
- 1.6. **ECTS** (100 carateres).
6
- 1.7. **Observações**⁴ (1.000 carateres).
Unidade curricular optativa
- 1.7. **Remarks** (1.000 carateres).
Optional curricular unit

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres). Nuno David de Jesus Lopes – 67,5 h

3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

1. Compreender os aspetos teóricos fundamentais nos quais os métodos se baseiam.
2. Identificar e aplicar os métodos numéricos mais adequados aos problemas em estudo.
3. Ter conhecimento das principais vantagens e desvantagens dos métodos abordados.
4. Implementar computacionalmente os diferentes métodos usando bibliotecas de *software* livre.
5. Desenvolver um raciocínio estruturado e demonstrar capacidade analítica e crítica na resolução de problemas em diferentes domínios de aplicação.

4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

1. To understand the fundamental theoretical aspects on which the methods rely.
2. To identify and apply the most suitable numerical methods to the studied problems.
3. To know the main advantages and disadvantages of the presented methods.
4. To implement the different methods using open source software libraries.
5. To develop a structured reasoning and to demonstrate critical thinking and analytical capability while addressing problems in different domains of application.

5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

1. introdução; problemas 2D de valor fronteira; problemas variacionais de valor na fronteira;
2. aproximações de Galerkin; minimização da energia;
3. interpolação via elementos finitos (triangulares e quadrangulares); aproximação por elementos finitos;

4. interpretação da solução aproximada; precisão da aproximação;
5. aspetos computacionais;
6. tópicos sobre extensão a outros problemas (3D, de quarta ordem, de evolução).

INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS DE VOLUMES FINITOS

7. motivação; exemplos de leis de conservação hiperbólicas;
8. tipos de soluções de sistemas hiperbólicos de leis de conservação (clássica, fraca, e entrópica);
9. métodos de volumes finitos para sistemas hiperbólicos 1D lineares; esquemas contra-corrente, de Lax-Friedrichs, e de Godunov;
10. métodos de volumes finitos para sistemas hiperbólicos 1D não lineares; esquemas conservativos; esquemas consistentes com a condição de entropia;
11. aspetos computacionais;
12. tópicos sobre extensão a dimensões superiores.

5. **Syllabus (1.000 characters).**

FINITE ELEMENTS METHOD

1. introduction; 2D boundary-value problems; variational boundary-value problems;
2. Galerkin approximations; minimization of energy;
3. finite element interpolation (triangular and quadrilateral elements); finite element approximation;
4. interpretation of the approximate solution; accuracy of finite element approximations;
5. computational aspects;
6. topics on extensions to other problems (3D, fourth order, time-dependent).

INTRODUCTION TO FINITE VOLUME METHODS

7. motivation; examples of hyperbolic conservation laws;
8. types of solutions to hyperbolic systems of conservation laws (classical, weak, and entropic);
9. finite volume methods for 1D hyperbolic linear systems; upwind schemes, Lax-Friedrichs and Godunov schemes;
10. finite volume methods for 1D nonlinear hyperbolic systems; conservative schemes; schemes consistent with the entropy condition;
11. computational aspects;
12. topics on extensions to higher dimensions.

6. **Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Os pontos 1, 2 e 3 dos objetivos estão em estreita consonância com os pontos 1-4 e 7-10 dos conteúdos programáticos.

O ponto 4 dos objetivos está diretamente relacionado com os pontos 5 e 11 dos conteúdos programáticos.

O ponto 5 dos objetivos é cumprido através da prática de formulação matemática de problemas de diferentes proveniências, respetiva resolução numérica e análise dos resultados obtidos, estimuladas ao longo da exposição de conteúdos, sendo particularmente reforçado pelos pontos 6 e 12 dos conteúdos programáticos.

6. **Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Items 1, 2 and 3 of the learning outcomes are in straight accordance with items 1-4 and 7-10 of the syllabus.

Item 4 of the learning outcomes is directly related to items 5 and 11 of the syllabus.

Item 5 of the learning outcomes is fulfilled through the practice of mathematically formulating problems with different provenances, their numerical solution and analysis of obtained results, stimulated along the syllabus exposition, being particularly reinforced by items 6 and 12 of the syllabus.

7. **Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Aulas de cariz mais teórico, para apresentação dos conceitos e métodos numéricos estudados, e aulas de cariz mais prático, nas quais são resolvidos exercícios que ilustram os conceitos teóricos e implementados os métodos numéricos. São disponibilizadas listas de exercícios para uma eficaz compreensão dos conhecimentos apresentados.

A avaliação de conhecimentos compreende duas vertentes obrigatórias: avaliação contínua e avaliação por exame. A avaliação contínua (NP) consiste de trabalho prático computacional, com a classificação mínima de 9,5 valores. A avaliação por exame (NE) consiste de um exame final, igualmente com a classificação mínima de 9,5 valores. A classificação final (NF) é calculada de acordo com a seguinte fórmula: $NF = 0,4*NP + 0,6*NE$.

7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Theoretical-leaning classes, for the presentation of the studied concepts and numerical methods, and practice-oriented classes, where exercises that illustrate the theoretical notions are solved and numerical methods are implemented. Exercise sheets are available for an effective understanding of the acquired knowledge.

The assessment comprises two alternative components: continuous assessment and exam assessment. Continuous assessment (NP) consists of applied computational work, with a minimum 9,5 grade. Exam assessment (NE) consists of a written exam, also with a 9,5 minimum grade. The final grade (NF) is computed according to the following formula: $NF = 0,4*NP + 0,6*NE$.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 caracteres).

As aulas mais teóricas asseguram uma rigorosa e completa cobertura de todos os pontos do programa, enquanto que as aulas mais práticas servem o propósito de ilustrar e consolidar as matérias estudadas, bem como o de proporcionar ao aluno uma efetiva utilização dos métodos apresentados. A realização de trabalho prático ao longo do semestre, vem de encontro tanto aos objetivos da unidade curricular como à natureza dos assuntos estudados.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

The more theoretical classes ensure a rigorous and full coverage of all topics in the syllabus, while the more practical classes serve the purpose of illustrating and consolidating the studied subjects, as well as to provide the student with an effective usage of the presented methods. The practical work along the semester meets both the nature of studied subjects and the objectives of the curricular unit.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).

1. E.B. Becker, G.F. Carey & J.T. Oden, *Finite Elements: An Introduction (Vol. 1)*, Prentice-Hall, 1981.
2. H.P. Langtangen & K.A. Mardal, *Introduction to Numerical Methods for Variational Problems*, 2016.
3. T.J.R. Hughes, *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Dover, 2000.
4. C. Johnson, *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*, Dover, 2009.
5. O.C. Zinkiewicz, R.L. Taylor & J.Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals (7th Edition)*, Elsevier, 2013.
6. M.E. Vázquez-Cendón, *Solving Hyperbolic Equations with Finite Volume Methods*, Springer, 2015.
7. R.J. LeVeque, *Finite-Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, 2002.
8. F. Moukalled, L. Mangani & M. Darwish, *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics – An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*, Springer, 2016.

¹ Anual, semestral, trimestral, ...

² Número total de horas de trabalho.

³ Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

⁴ Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.