

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

1.1. **Designação da unidade curricular** (1.000 carateres).

Modelação Estocástica /
Stochastic Modelling

1.2. **Sigla da área científica em que se insere** (100 carateres).

MAT

1.3. **Duração**¹ (100 carateres).

Semestral

1.4. **Horas de trabalho**² (100 carateres).

162

1.5. **Horas de contacto**³ (100 carateres).

67.5

1.6. **ECTS** (100 carateres).

6

1.7. **Observações**⁴ (1.000 carateres).

1.7. **Remarks** (1.000 carateres).

2. **Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular** (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Ana Filipa Martinó da Silva Pontes Prior - 33.75

3. **Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular** (1.000 carateres).

Gonçalo Nuno Rosado Morais - 33.75

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 caracteres).

A modelação estocástica está ligada à representação matemática de fenómenos dinâmicos que, para lá de uma componente determinista, contém uma componente estocástica. Muitos fenómenos físicos e sociais podem ser modelados de uma forma satisfatória recorrendo a equações diferenciais estocásticas (EDE).

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Compreender os conceitos fundamentais de teoria da medida e processos estocásticos
2. Compreender os conceitos fundamentais associados ao processo de Wiener (movimento browniano);
3. Usar a fórmula de Itô e compreender as suas implicações no desenvolvimento da teoria;
4. Identificar em que situações é pertinente proceder a uma mudança de medida;
5. Decidir, numa situação real, qual o modelo estocástico que melhor se adequa e saber estimar os parâmetros associados;
6. Analisar qualitativa e quantitativamente o modelo estocástico;
7. Compreender o paralelo entre EDE e equações às derivadas parciais (EDP);
8. Realizar simulação estocástica com recurso a software adequado.

4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

The stochastic modelling is linked to the mathematical representation of dynamic phenomena which, beyond the deterministic component, have also a stochastic part. Several physical and social behaviours may be represented by a stochastic differential equation (SDE).

Completing with success this course, the students must be able of:

1. Understand the fundamental concepts of measure theory and stochastic processes;
2. Understand the fundamental concepts of Wiener's Process (brownian motion);
3. Use the Itô's formula and understand its implications in the development of the theory;
4. Recognize in which situations it is advantageous to change the measure;
5. Make a decision, in a real situation, which SDE is more suitable for the phenomenon in question and be able to give an estimation of the parameters involved;
6. Make a qualitative and quantitative analysis of the stochastic model;
7. Understand the link between SDE and partial differential equations;
8. Perform computational simulation of the stochastic model.

5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

1. Conceitos fundamentais de processos estocásticos e teoria da medida;
2. O processo de Wiener e respectivas propriedades;
3. Fórmula de Itô;
4. Teorema de Girsanov;
5. Equações diferenciais estocásticas;
6. Métodos de estimação de parâmetros associados a modelos estocásticos;
7. Processos de difusão e representação de Feynman-Kac;
8. Aplicações.

5. Syllabus (1.000 characters).

1. Fundamental concepts of measure theory and stochastic processes;
2. The Wiener process and its properties;
3. Itô's formula;
4. Girsanov theorem;
5. Stochastic differential equations;
6. Estimation of parameters associated to stochastic models;
7. Diffusion processes and Feynman-Kac representation;
8. Applications.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

O objectivo 1 é atingido através de uma introdução geral à teoria da medida. Para além disso far-se-á uma revisão geral sobre os conceitos fundamentais dos processos estocásticos, com especial enfoque a tudo o que está directamente relacionado com as EDE.

Os pontos 2,3,4 e 5 estão em exacta conformidade com os objectivos traçados nos pontos 2, 3, 4 e 5 dos objectivos.

O ponto 6 dos objectivos é atingido não só pela teoria fundamental sobre EDE, apresentada no ponto 5 dos conteúdos, mas igualmente com a análise empírica da adequação dos valores dos parâmetros associados ao modelo estocástico apresentada no capítulo 6.

O ponto 7 dos objectivos volta a estar directamente relacionado com o ponto 7 dos conteúdos.

Finalmente, o ponto 8 dos objectivos é alcançado através da análise de exemplos reais e simulação das respectivas soluções nas aplicações, apresentadas no ponto 8 dos conteúdos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The goal 1 is attained through the introduction to measure theory presented in chapter 1. Moreover, the general review of stochastic processes, with a direct focus to the contents of this vast theory with a direct connection to the SDE, is also presented.

There is a direct link between points 2, 3, 4 and 5 of the learning outcomes with the point of the same number of the syllabus.

The point 6 is attained with the results presented in chapter 5 and with empirical analysis of the adequacy of the parameters of the stochastic model presented in chapter 6.

There is a direct link between point 7 of the learning outcomes and the same point of the syllabus.

Finally, the point 8 of the learning outcomes is attained through the analysis of the models, with the simulation of the solutions of the model, presented in chapter 8

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

As aulas são teórico-práticas, estando previstas 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do estudante é de 162 horas.

Nas aulas teórico-práticas é apresentada e fundamentada a teoria, acompanhada com exemplos de aplicação e resolução de exercícios. Algumas aulas são essencialmente práticas, dedicadas à resolução de problemas reais, individualmente ou em grupo.

O estudo individual deve ser complementado com a leitura da bibliografia indicada e com a resolução de exercícios/problemas disponibilizados. A resolução de exercícios associados aos conteúdos é implementada computacionalmente usando o *software* livre mais adequado.

A avaliação de conhecimentos compreende duas vertentes: uma nota da parte prática (NP) e uma nota da parte teórica (NT).

Os alunos desenvolvem um trabalho ao longo do semestre, com apresentação e discussão, da qual resultará a NP, com ponderação de 50% para a nota final (NF). Realizam ainda um exame cujo resultado será a NT, com os restantes 50% da NF da unidade curricular. Para ser aprovado, o aluno deve obter nota mínima de oito valores, quer na NP, quer na NT, e de 9.5 na NF.

A NF será então obtida através da fórmula

$$NF=0.5NT+0.5NP.$$

7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

The classes are theoretical-practical, with 67.5 hours of contact time being planned. The total work time of the student is 162 hours.

In theoretical-practical classes the theory is presented and supported, accompanied by examples of application and resolution of exercises. Some classes are essentially practical, dedicated to solving real problems, individually or in groups.

The individual study should be complemented with reading the indicated bibliography and with the resolution of exercises / problems made available. The resolution of exercises associated to the contents is implemented computationally using the most appropriate free software.

The assessment of knowledge comprises two strands: a note of the practical part (NP) and a note of the theoretical part (NT).

The students develop a work during the semester, with presentation and discussion, which will result in NP, with a 50% weighting for the final grade (NF). They also carry out an examination whose result will be the NT, with the remaining 50% of the NF of the curricular unit. To be approved, the student must obtain a minimum grade of eight values, either in NP or in NT, and 9.5 in NF.

The NF will then be obtained by formula

$$NF = 0.5NT + 0.5NP.$$

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

As metodologias de ensino estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, dado que a metodologia expositiva utilizada para explicar a matéria teórica, possibilita atingir especificamente todos os objetivos da UC. A exemplificação com problemas concretos, permite ao aluno perceber como aplicar a matéria usada em situações reais da sua vida profissional. A metodologia utilizada pretende fornecer conhecimentos para formalizar um problema concreto, escolher os métodos adequados a aplicar e proceder à sua correta implementação. Os cadernos de exercícios disponibilizados, pela sua estrutura, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que os constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades exigidas. Para além da resolução analítica, a resolução de exercícios com recurso à utilização de *software* livre, possibilita ao aluno apreender o modo real de resolução deste tipo de problemas na sua vida profissional. Os métodos de avaliação permitem averiguar se o aluno adquiriu conhecimentos suficientes para

atingir os objetivos propostos na UC.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

The teaching methodologies are in line with the objectives of the curricular unit, given that the expository methodology used to explain the theoretical subject makes it possible to reach specifically all the objectives of the UC. The exemplification with concrete problems, allows the student to understand how to apply the material used in real situations of his professional life. The methodology used aims to provide knowledge to formalize a concrete problem, to choose the appropriate methods to apply and to proceed with its correct implementation. The exercise book made available, due to their structure, content and diversity of the degree of difficulty, allow the student to follow all topics in detail and are the main instrument of the individual study. The exercises which constitute them are those which are suitable for the development of the required capacities. In addition to the analytical resolution, the resolution of exercises using the use of free software, allows the student to learn the real way of solving this type of problems in their professional life. The evaluation methods allow to verify if the student has acquired enough knowledge to reach the objectives proposed in the UC.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

1. Brzezniak, Z. and Zastawniak, T. (2006). Basic Stochastic Processes. Springer Undergraduate Mathematics Series.
2. Karatzas, I. and Shreve, S. (1988). Brownian Motion and Stochastic Calculus. Springer, New York.
3. Kloeden, P. E. and Platen, E. (1999). *Numerical Solution to Stochastic Differential Equations*. Springer, New York.
4. Øksendal, B. (2003). *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Springer, New York, 6th edition.
5. Iacus, S. (2009). *Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations: With R Examples*. Springer, New York.

¹ Anual, semestral, trimestral, ...

² Número total de horas de trabalho.

³ Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

⁴ Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.