

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Teoria da Medida e Probabilidade /
Measure Theory and Probability

1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

MAT

1.3. Duração¹ (100 carateres).

Semestral

1.4. Horas de trabalho² (100 carateres).

162h

1.5. Horas de contacto³ (100 carateres).

TP - 60

1.6. ECTS (100 carateres).

6

1.7. Observações⁴ (1.000 carateres).

1.7. Remarks (1.000 carateres).

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

Sónia Raquel Ferreira Carvalho 22.5h, Maria Isabel Esteves Coelho 22.5h e Ana Filipa Martinó da Silva Pontes Prior 22.5h

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Os alunos que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Conhecer e compreender conceitos e resultados fundamentais de teoria da medida;
2. Compreender a construção do integral de Lebesgue;
3. Identificar as principais diferenças entre o integral de Lebesgue e o integral de Riemann;
4. Compreender a relação entre os integrais de Lebesgue e de Riemann em espaços de dimensão superior;
5. Compreender a relação entre medidas e integrais;
6. Conhecer os principais espaços funcionais utilizados nas aplicações e os resultados fundamentais de integração;
7. Estender e contextualizar as ideias da teoria das probabilidades em espaços abstratos.

4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

Students completing this course with success must be able to:

8. Identify and understand the fundamental concepts and results on measure theory;
9. Understand the construction of the Lebesgue integral;
10. Identify the main differences between the Lebesgue and Riemann integrals;
11. Understand the relation between the Lebesgue and Riemann integrals in higher dimensional spaces;
12. Understand the relation between measures and integrals;
13. Recognise the functional spaces commonly used in applications and the fundamental results on integration;
14. Extend and place the ideas of probability theory in abstract spaces.

5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

1. Sigma-álgebras. Espaços mensuráveis e funções mensuráveis.
2. Medidas finitas e sigma-finitas. Propriedades das medidas. Espaços de medida e de probabilidade.
3. O Integral duma função num espaço de medida. Propriedades do integral. Integrabilidade.
4. O integral de Lebesgue.
5. Comparação entre o integral de Lebesgue e o integral de Riemann.
6. Medidas produto e Teorema de Fubini.
7. Teorema de Radon-Nikodym.
8. Espaços L^p . Convergência de sucessões de funções. Lei dos grandes números.
9. Probabilidade condicionada e esperança matemática.

5. Syllabus (1.000 characters).

1. Sigma-algebras. Measurable spaces and measurable functions.
2. Finite and sigma-finite measures. Properties of measures. Measure spaces and probability spaces.
3. Integral of a function on a measure space. Properties of integrals. Integrability.
4. The Lebesgue integral.
5. Comparison between Lebesgue and Riemann integration.
6. Product measures and Fubini's Theorem.
7. The Radon-Nikodym theorem.
8. L^p spaces. Convergence of sequences of functions. Law of large numbers.
9. Conditional probability and mathematical expectation.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).

Os conteúdos programáticos são coerentes com os objetivos de aprendizagem uma vez que:

Os pontos 1 e 2 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 1 dos objetivos;
Os pontos 3 e 4 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 2 dos objetivos;
O ponto 5 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 3 dos objetivos;
O ponto 6 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 4 dos objetivos;
O ponto 7 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 5 dos objetivos;
O ponto 8 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 6 dos objetivos;
O ponto 9 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 7 dos objetivos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The coherence of the syllabus with the curricular goals is assured given that:

Topics 1 and 2 of the syllabus implement the 1st learning goal;
Topics 3 and 4 of the syllabus implement the 2nd learning goal;
Topic 5 of the syllabus implements the 3rd learning goal;
Topic 6 of the syllabus implements the 4th learning goal;
Topic 7 of the syllabus implements the 5th learning goal;
Topic 8 of the syllabus implements the 6th learning goal;
Topic 9 of the syllabus implements the 7th learning goal.

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 caracteres).

Ensino teórico-prático, com 45 aulas por semestre, correspondentes a 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do aluno é de 175 horas.

Metodologia expositiva para apresentação dos quadros teóricos de referência, complementada com a análise e resolução de exercícios práticos por parte dos alunos. O estudo individual deve ser complementado com a leitura da bibliografia indicada e com a resolução de exercícios e problemas disponibilizados pelos docentes.

Avaliação por exame, com a duração de 2h30. Consideram-se aprovados os alunos que tiverem nota maior ou igual a 9.5 valores.

7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Theoretical and practical teaching, with 45 classes per semester, corresponding to 67.5 contact hours. The total work time of a student is 175 hours.

Expository methodology is used to present the theoretical framework, combined with the analysis and resolution of practical exercises by the students. Individual study should be accompanied by the recommend bibliography and the resolution of exercises and problems proposed by the teachers.

Evaluation by exam, with the duration of 2.5 hours. Approval requires a minimum mark of 9.5 points.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 caracteres).

As metodologias de ensino são coerentes com os objetivos da unidade curricular uma vez que a exposição teórica dos conceitos e resultados é acompanhada pela análise e resolução de exercícios teórico-práticos. Esta metodologia facilita a compreensão dos resultados fundamentais da teoria, e permite aos alunos ganharem experiência na formalização da intuição matemática e perceberem como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações práticas. A bibliografia e os materiais de apoio disponibilizados permitem aos alunos acompanhar convenientemente todos os tópicos da matéria e são um valioso instrumento para o estudo autónomo.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

(3.000 characters).

Coherence of teaching methodologies and learning outcomes are assured as theoretical exposition of concepts and results is accompanied by the analysis and resolution of theoretical and practical exercises. This methodology promotes the understanding of the fundamental results of the theory, and allows students to obtain experience in formalizing mathematical intuition and to understand how to apply the knowledge they acquire in practical situations. The references and the material provided allow students to conveniently follow all topics in the syllabus, constituting a valuable instrument for autonomous study.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

1. M. Capinski, E. Kopp, *Measure, Integral and Probability*, Springer-Verlag, segunda edição, 2004
2. Miguel Ramos, *Teoria da Medida*, Texto de apoio às aulas, 2005
3. Terence Tao, *An Introduction to Measure Theory*, Graduate Studies in Mathematics, Volume 126, American Mathematical Society, 2011
4. Paul R. Halmos, *Measure Theory*, Springer New York, 1976
5. Armando Machado, *Medida e Integração*, Coleção Textos de Matemática, FCUL, 2011

¹ Anual, semestral, trimestral, ...

² Número total de horas de trabalho.

³ Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

⁴ Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.