Prova de ingresso escrita específica para avaliar a capacidade para a frequência do ciclo de estudos de licenciatura, para alunos internacionais, Decreto-Lei nº 36/2014 de 10 de março

AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE PARA A FREQUÊNCIA DE CURSO DE LICENCIATURA

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

PROVA DE MATEMÁTICA 2020

Duração: 90 minutos

Leia com atenção:
Este exame tem duas partes.
O **Grupo A** (questões **1.** a **4.**) é constituída por perguntas de escolha múltipla. Como tal, cada resposta errada desconta 1/4 da cotação da mesma. Preencha, nesta folha, a sua identificação de forma legível e as respostas ao **Grupo A** na grelha que se encontra abaixo.
O **Grupo B** (questões **5.** a **7.**) é constituída por perguntas de desenvolvimento e a respetiva resolução é entregue em folhas devidamente identificadas.
Durante toda a prova, os telemóveis têm que permanecer desligados e guardados.
A não observância destas regras conduz à anulação da prova.
O exame tem a duração de **1h30**.

Nome: ______________________________ **ID:** __________

Assinatura do aluno: ______________________________

Assinatura do professor: ______________________________

Grelha de respostas

Questão	1.	2.	3.	4.
Resposta				

Grupo A

[1.5] **1.** Considere os seguintes vetores:

$$\vec{u} = (0, 2, -2) \quad , \quad \vec{v} = (0, -\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) \quad \text{e} \quad \vec{w} = (3, 1, 1)\,.$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares, $\vec{u}$ e $\vec{w}$ são colineares e $\|\vec{u}\| = 5$.

(B) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares, $\vec{u}$ e $\vec{w}$ são perpendiculares e $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$.

(C) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são perpendiculares e $\|\vec{w}\| = \sqrt{11}$.

(D) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares, $\vec{u}$ e $\vec{w}$ são colineares e $\|\vec{w}\| = \sqrt{11}$.

[1.5] **2.** Numa experiência aleatória, os acontecimentos A e B são independentes. Se $P(A) = 0.4$ e $P(B) = 0.28$ então o valor de $P(A|B)$ é:

(A) 0.57 **(B)** 0.4 **(C)** 0.68 **(D)** 0.28

[1.5] **3.** O $\lim_{x\to+\infty} 2x^4 \log(e^{\frac{1}{x}})$ é igual a

(A) $+\infty$ **(B)** 0 **(C)** 2 **(D)** $-\infty$.

[1.5] **4.** Qual das seguintes funções pode ter uma reta tangente com declive negativo?

(A) x^5 **(B)** $\log 2x$ **(C)** e^3x **(D)** e^{-4x}.

Grupo B

---

5. Um grupo de jovens, formado por 10 rapazes e 12 raparigas, vai dividir-se em duas equipas de 11 elementos cada uma, para disputarem um jogo. **[4.5]**

a) Supondo que a divisão é feita ao acaso, qual a probabilidade de uma das equipas ser constituída por exatamente 6 rapazes e 5 raparigas ?

b) O grupo tem 22 camisolas numeradas de 1 a 22. Supondo que são distribuídas ao acaso, qual a probabilidade das raparigas ficarem com as camisolas numeradas de 1 a 12?

c) No final do jogo, os 22 alunos dispõem-se (ao acaso) em fila, para uma fotografia. Qual é a probabilidade das raparigas não ficarem todos juntas?

---

6. Considere a função f, de domínio $[0, 2\pi[$ definida por $f(x) = x + 2\sin x$. Recorrendo **exclusivamente a processos analíticos**, resolva as alíneas seguintes. **[5.5]**

a) Seja r a reta tangente a f no ponto de abcissa $x = \frac{\pi}{4}$.

(A) Determine a equação reduzida da reta r.

(B) Mostre que existe outro ponto do gráfico de f onde a reta tangente é paralela à reta r

b) Estude f quanto à existência de pontos de inflexão.

---

7. Em $\mathbb{C}$ considere o número complexo **[3.0]**

$$w = 2 + i.$$

a) Determine $(w - 2)^{11}(1 + 3i)$ na forma algébrica.

b) Averigue se o inverso de $\overline{w}$ é $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$.

FIM.